פתרון תרגיל

שטחים פונקציות מעריכיות

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–2

582 , עמ' 438, ת. 9

המצגת נערכה ע"י טל מדר

השאלה

9) נתונות שתי פונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$. פונקציות **קדומות** של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ הן הפונקציות: $F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}+2x-2$ ו-$G(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-4e^{x}+4x+3$.

א. שרטט את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$.

ב. חשב את השטח ברביע השני שמוגבל ע״י הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ וציר ה-y.

ג. $H(x)$ היא פונקציה שמקיימת $H(x)=\int G(x)dx+c$. הוכח שלפונקציה $H(x)$ אין נקודות פיתול והיא קעורה כלפי מעלה $\cup$ לכל x.

א. שרטט את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$.

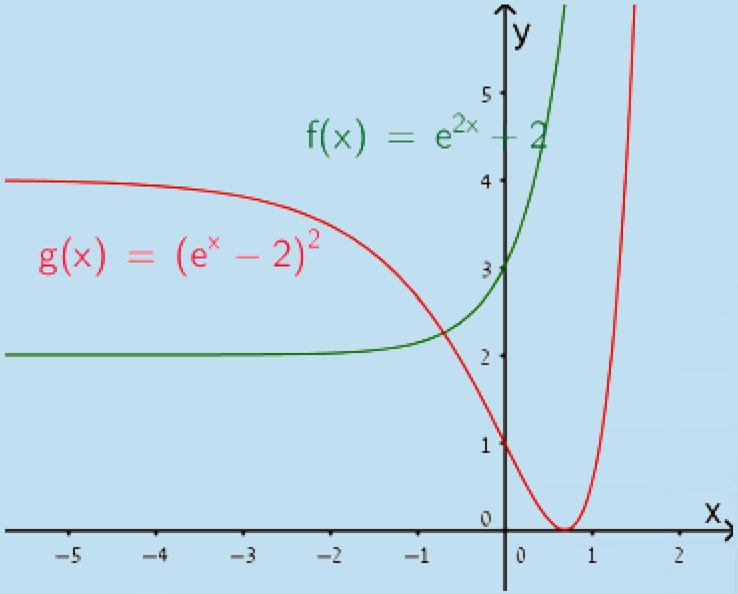
פתרון

א.

$$f(x) = e^{2x} + 2$$

$$g(x) = e^{2x} - 4e^{x} + 4$$

$$g(x) = (e^{x} - 2)^{2}$$



ב. חשב את השטח ברביע השני שמוגבל ע"י הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ וציר ה-y.

פתרון

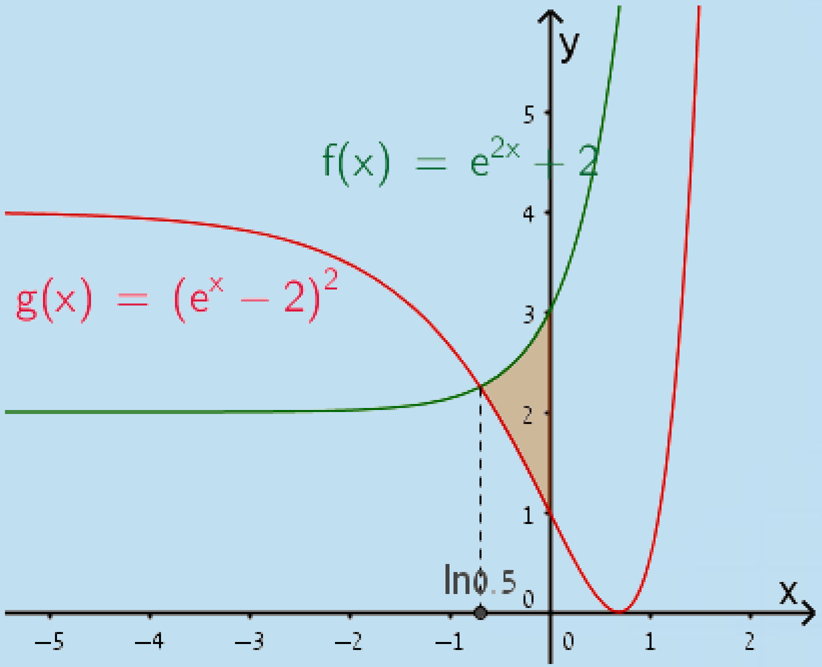
ב. נמצא את נקי' החיתוך :

$$e^{2x} + 2 = e^{2x} - 4e^{x} + 4$$

$$2 = 4e^{x}$$

$$\frac{1}{2} = e^{x}$$

$$\ln\frac{1}{2} = x$$



ב. חשב את השטח ברביע השני שמוגבל ע"י הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ וציר ה-y.

פתרון

$$\int_{\ln\frac{1}{2}}^{0} [e^{2x} + 2 - (e^{2x} - 4e^{x} + 4)]dx = \int_{\ln\frac{1}{2}}^{0} (4e^{x} - 2)\, dx = [4e^{x} - 2x]_{ln\frac{1}{2}}^{0}$$

$$[4e^{0} - 2 \cdot 0] - [4e^{\ln\frac{1}{2}} - 2\ln\frac{1}{2}] = [4 \cdot 1] - [2 - 2\ln\frac{1}{2}]$$

$$= 2 + 2\ln\frac{1}{2}$$

ג. $H(x)$ היא פונקציה שמקיימת $\mathbf{H(x)=\int G(x)dx+c}$. הוכח שלפונקציה $H(x)$ אין נקודות פיתול והיא קעורה כלפי מעלה $\cup$ לכל x.

פתרון

ג.

$$H(x)=\int G(x)dx+C$$

$$H'(x)=G(x)$$

$$H''(x)=g(x)=(e^x-2)^2\geq 0$$

לכל x ולכן אין נקו' פיתול והיא קעורה כלפי מעלה לכל x

בהצלחה