פתרון תרגיל

בעיות קיצון בפונקציות וגרפים

3 יח"ל

המצגת נערכה ע"י עומרי נווה

השאלה

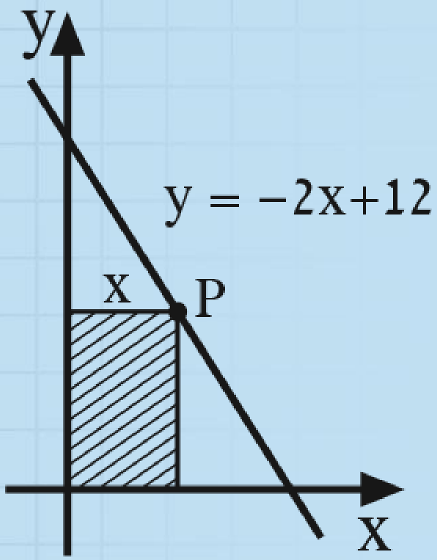
בין גרף הישר $y = -2x+12$ והצירים חסום מלבן.
קודקוד המלבן שעל הישר הוא P. נסמן ב-x את שיעור ה-x של הנקודה P.

א. הבע באמצעות x את שיעור ה-y של הנקודה P.

ב. הבע באמצעות x את שטח המלבן.

ג. מצא את x עבורו מתקבל שטח מקסימלי למלבן.

ד. מצא את השטח המקסימלי.

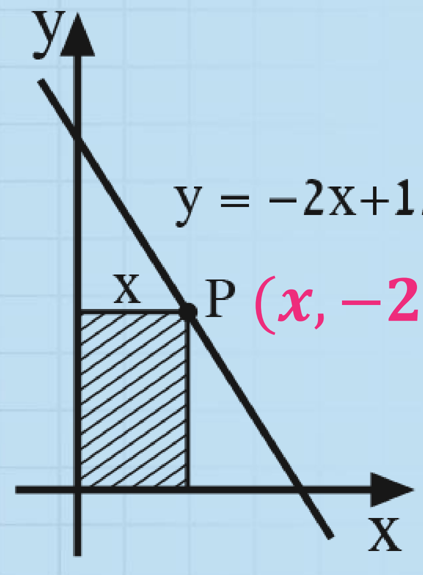


א. הבע באמצעות x את שיעור ה-y של הנקודה P.

פתרון

בין גרף הישר $y = -2x+12$ והצירים חסום מלבן.

קודקוד המלבן שעל הישר הוא P. נסמן ב-x את שיעור ה-x של הנקודה P.



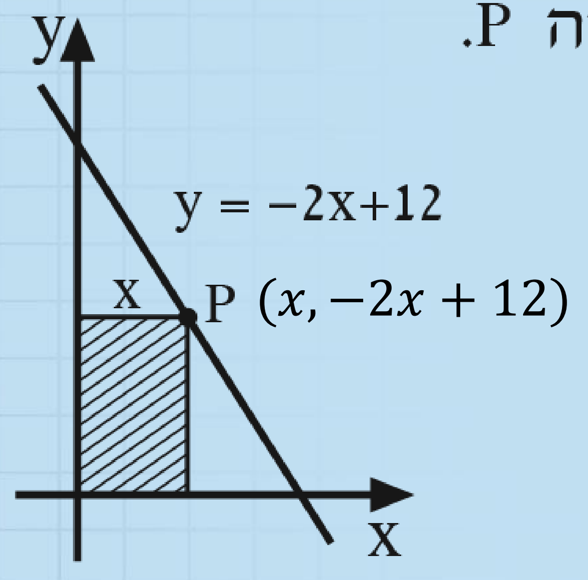
$P\ (x, -2x + 12)$

ב. הבע באמצעות x את שטח המלבן.

פתרון

בין גרף הישר $y = -2x+12$ והצירים חסום מלבן.

קודקוד המלבן שעל הישר הוא P. נסמן ב-x את שיעור ה-x של הנקודה P.



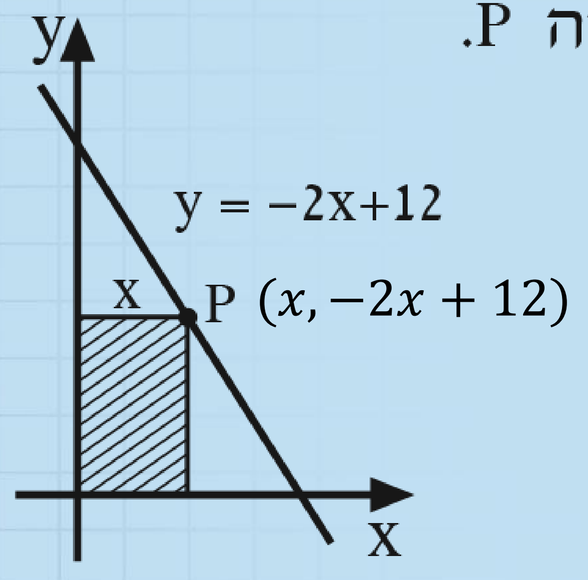
$$S = x \cdot (-2x + 12) = -2x^2 + 12x$$

ג.   מצא את x עבורו מתקבל שטח מקסימלי למלבן.

פתרון

בין גרף הישר $y = -2x+12$ והצירים חסום מלבן.

קודקוד המלבן שעל הישר הוא P. נסמן ב-x את שיעור ה-x של הנקודה P.



$$S = -2x^2 + 12x$$

$$S' = -4x + 12$$

$$-4x + 12 = 0$$

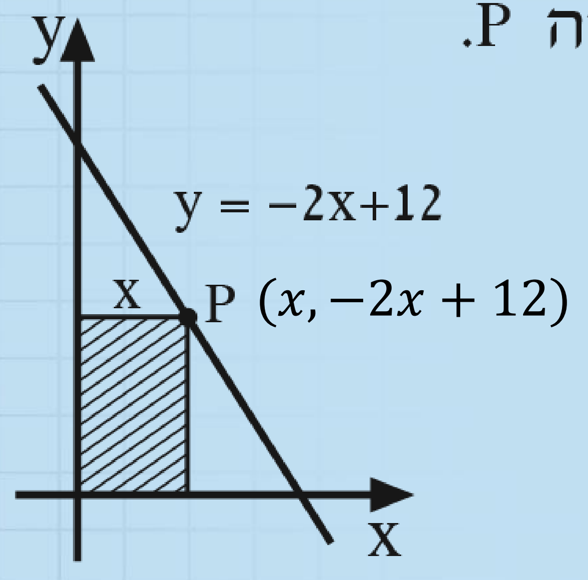
$$x = 3$$

ג. מצא את x עבורו מתקבל שטח מקסימלי למלבן.

פתרון

בין גרף הישר $y = -2x+12$ והצירים חסום מלבן.

קודקוד המלבן שעל הישר הוא P. נסמן ב-x את שיעור ה-x של הנקודה P.



$$S' = -4x + 12$$

$$y'(2) = 4$$

$$y'(4) = -4$$

x	2	3	5
y	↗		↘
y'	+	**0**	−

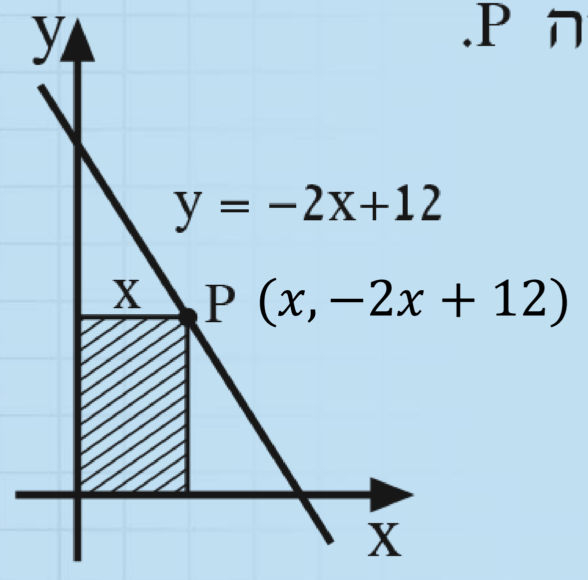
מקסימום ✓

ג. מצא את x עבורו מתקבל שטח מקסימלי למלבן.

פתרון

בין גרף הישר $y = -2x+12$ והצירים חסום מלבן.

קודקוד המלבן שעל הישר הוא P. נסמן ב-x את שיעור ה-x של הנקודה P.



$$S = -2x^2 + 12x$$

$$S' = -4x + 12$$

$$-4x + 12 = 0$$

$$x = 3$$

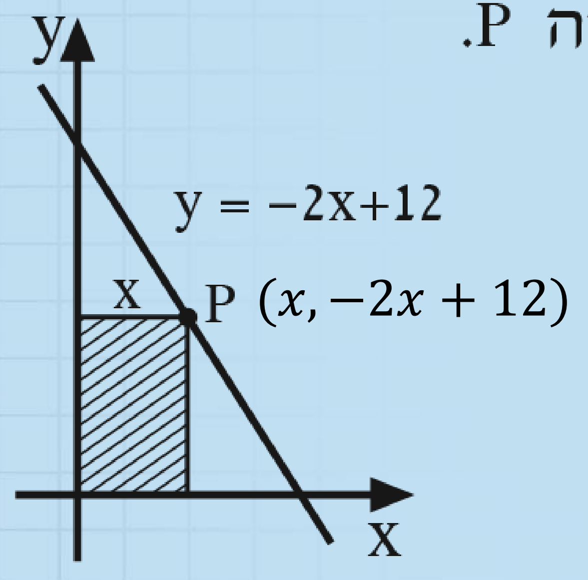
$$S'' = -4 < 0$$ ✓ מקסימום

ד. מצא את השטח המקסימלי.

פתרון

בין גרף הישר $y = -2x+12$ והצירים חסום מלבן.

קודקוד המלבן שעל הישר הוא P. נסמן ב- x את שיעור ה- x של הנקודה P.



$$S = -2x^2 + 12x$$

עבור $x = 3$ שטח המלבן מקסימלי.

$$S = -2 \cdot 3^2 + 12 \cdot 3 = 18$$

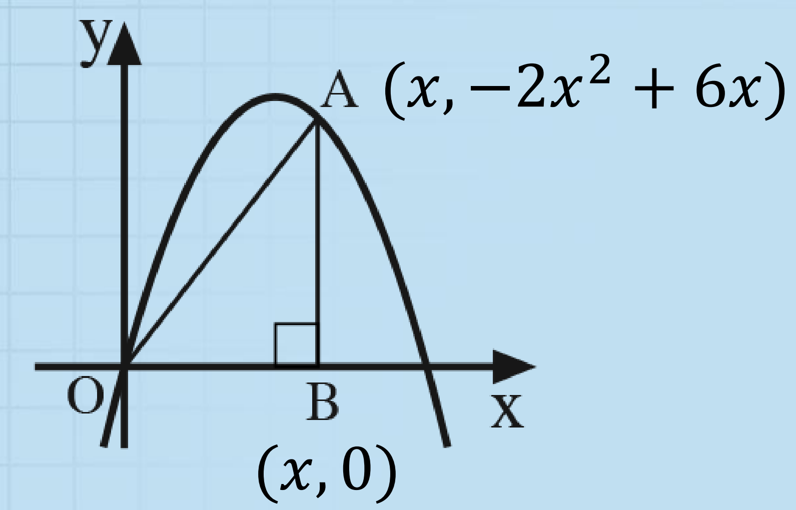
שטח המלבן המקסימלי הוא 18 יחידות ריבועיות.

השאלה

בין גרף הפרבולה $y = -2x^2+6x$ וציר ה-x חסום משולש ישר זוית ABO. (O ראשית הצירים).

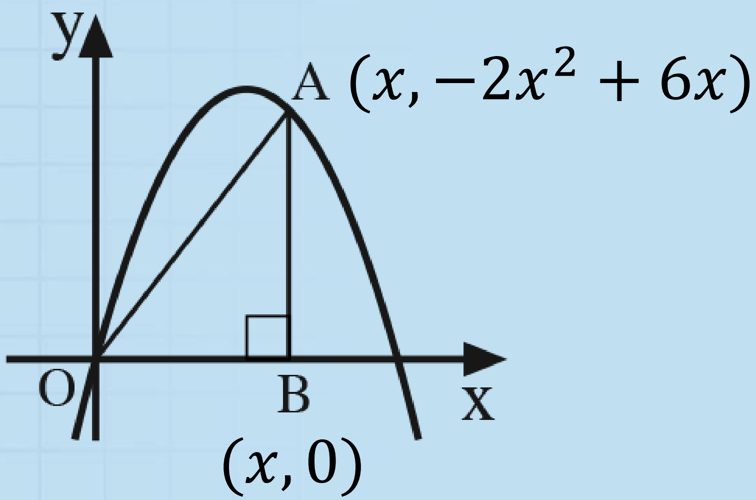
א. מצא מה צריך להיות שיעור ה-x של הנקודה B כדי שהמשולש יהיה בעל שטח מקסימלי.

ב. מצא את השטח המקסימלי.



א. מצא מה צריך להיות שיעור ה-x של הנקודה B כדי שהמשולש יהיה בעל שטח מקסימלי.

פתרון



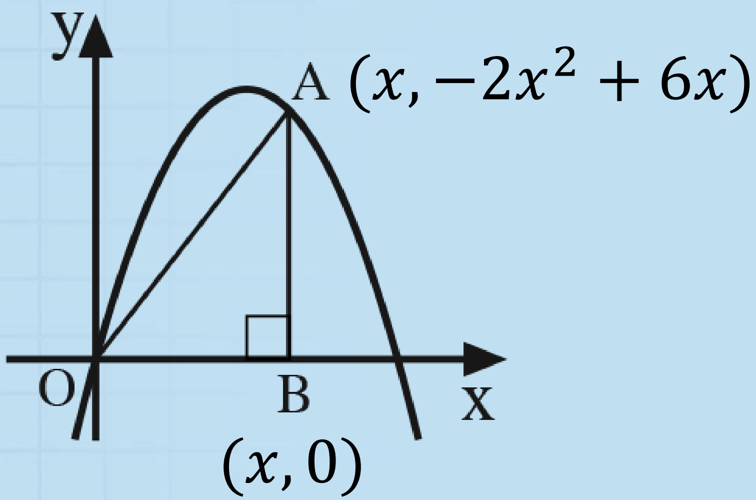
$$S = \frac{x(-2x^2+6x)}{2} = \frac{-2x^3+6x^2}{2}$$

$$= -x^3+3x^2$$

$$S = -x^3+3x^2$$

א. מצא מה צריך להיות שיעור ה-x של הנקודה B כדי שהמשולש יהיה בעל שטח מקסימלי.

פתרון



$$S = -x^3 + 3x^2$$

$$S' = -3x^2 + 6x$$

$$-3x^2 + 6x = 0$$

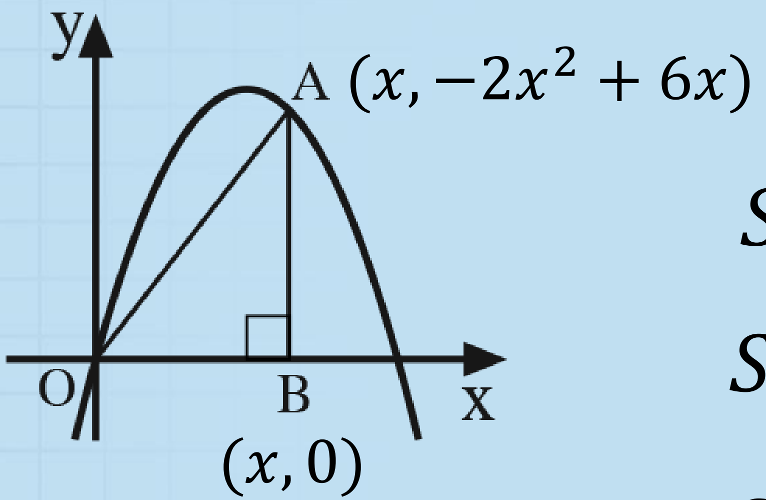
$$-3x(x - 2) = 0$$

$$\cancel{x_1 = 0}$$

$$x_2 = 2$$

א. מצא מה צריך להיות שיעור ה-x של הנקודה B כדי שהמשולש יהיה בעל שטח מקסימלי.

פתרון



$$S = -x^3 + 3x^2$$

$$x = 2$$

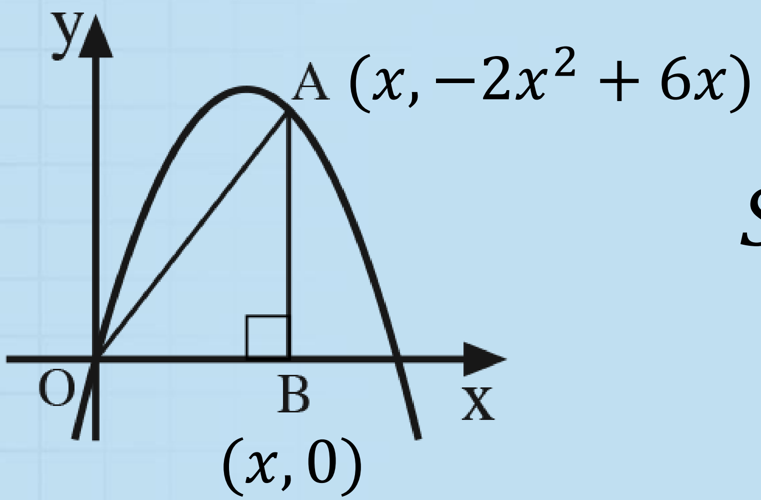
$$S' = -3x^2 + 6x$$

$$S'' = -6x + 6$$

$$S'' = -6 \cdot 2 + 6 = -6 < 0 \longrightarrow$$ ✓ מקסימום

ב. מצא את השטח המקסימלי.

פתרון



$$S = -x^3 + 3x^2 \qquad x = 2$$

$$S = -2^3 + 3 \cdot 2^2$$

$$S = 4$$

השטח המקסימלי של המשולש הוא 4 יחידות ריבועיות.

בהצלחה