

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = 3x^3 + x^2 + 4x + C \Big|_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x(\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

פתרון תרגיל

בעיות קיצון בפונקציות וגרפים

3 יח"ל

המצגת נערכה ע"י עומרי נווה
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{全てのスペース}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

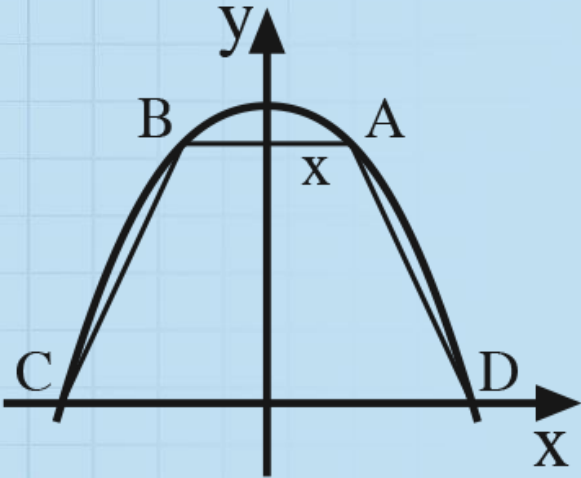
$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[\gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



השאלה

- בין גרף הפרבולה $y = 9 - x^2$ וציר ה-x חסום טרפז ABCD. נסמן ב-x את שיעור ה-x של הנקודה A. (A ברביע הראשון).
- הבע באמצעות x את גובה הטרפז (שיעור ה-y של הנקודה A) ואת שטחו.
 - מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שהטרפז יהיה בעל שטח מקסימלי.
 - חשב את השטח המקסימלי.



א. הבע באמצעות x את גובה הטרפז (שיעור ה- y של הנקודה A) ואת שטחו.

פתרון

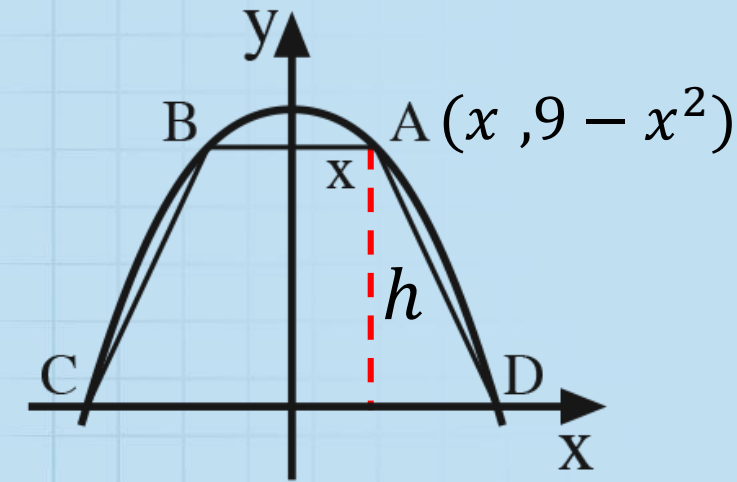
בין גרף הפרבולה $y = 9 - x^2$ וציר ה- x חסום טרפז $ABCD$.

נגדיר את ערך ה- x של נקודה A בתור x .

לכן, ערך ה- y של נקודה A הוא $9 - x^2$

ערך ה- y של נקודה A הוא גם גובה הטרפז ולכן,

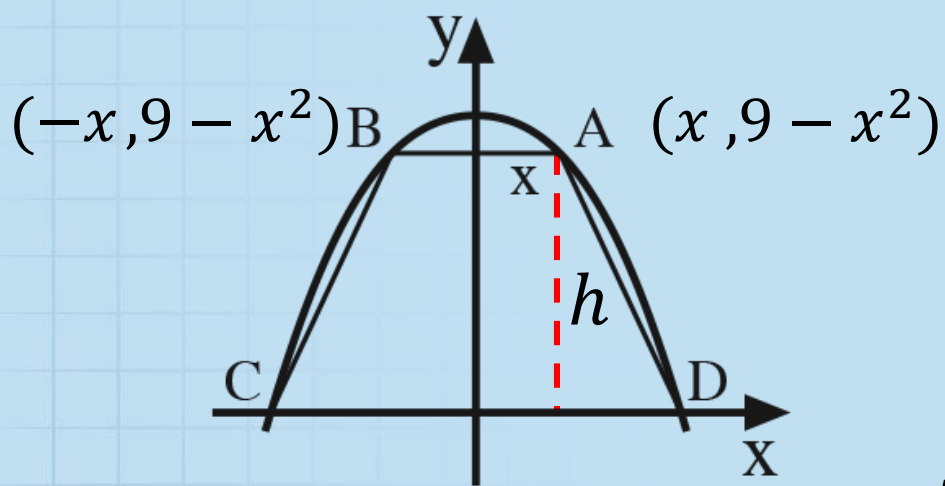
$$h = 9 - x^2$$



א. הבע באמצעות x את גובה הטרפז (שיעור ה- y של הנקודה A) ואת שטחו.

פתרון

בין גרף הפרבולה $y = 9 - x^2$ וציר ה- x חסום טרפז $ABCD$.



לנקודה A ונקודה B יש את אותו ערך ל- y

מכיוון שציר הסימטריה של הפרבולה הוא $x = 0$

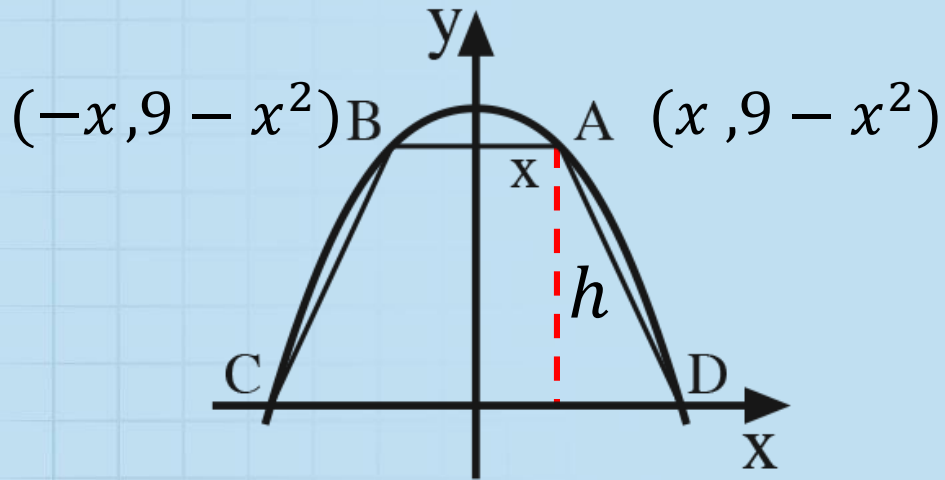
ניתן להגיד שערך ה- x של נקודה B נגדי לערך ה- x של נקודה A ולכן ערך ה- x של נקודה B הוא $-x$.

א. הבע באמצעות x את גובה הטרפז (שיעור ה- y של הנקודה A) ואת שטחו.

פתרון

בין גרף הפרבולה $y = 9 - x^2$ וציר ה- x חסום טרפז $ABCD$.

נמצא את הנקודות C ו- D (חיתוך הפרבולה עם ציר ה- x):



$$9 - x^2 = 0$$

$$x_1 = -3$$

$$x_2 = 3$$

א. הבע באמצעות x את גובה הטרפז (שיעור ה- y של הנקודה A) ואת שטחו.

פתרון

בין גרף הפרבולה $y = 9 - x^2$ וציר ה- x חסום טרפז $ABCD$.

אורכי בסיסי הטרפז הם:

$$AB = 2x$$

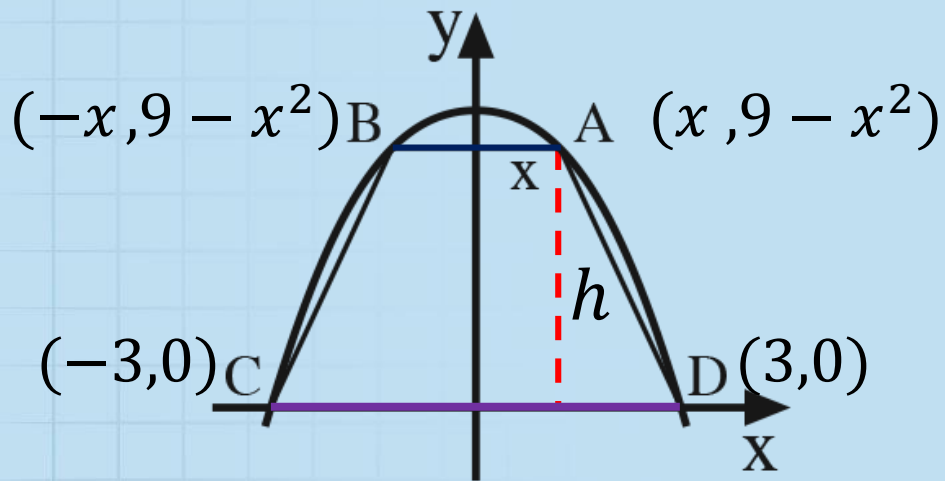
$$CD = 6$$

$$h = 9 - x^2$$

גובה הטרפז:

$$S = \frac{(2x + 6) \cdot (9 - x^2)}{2}$$

שטח הטרפז:



א. הבע באמצעות x את גובה הטרפז (שיעור ה- y של הנקודה A) ואת שטחו.

פתרון

$$S = \frac{(2x + 6) \cdot (9 - x^2)}{2} \quad \text{שטח הטרפז:}$$

$$S = \frac{18x - 2x^3 + 54 - 6x^2}{2}$$

$$S = -x^3 - 3x^2 + 9x + 27$$

ב. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שהטרפז יהיה בעל שטח מקסימלי.

פתרון

כדי למצוא ערך מקסימלי לשטח הטרפז, נגזור את פונקציית השטח ונשווה לאפס.

$$y = -x^3 - 3x^2 + 9x + 27$$

$$y' = -3x^2 - 6x + 9$$

$$-3x^2 - 6x + 9 = 0$$

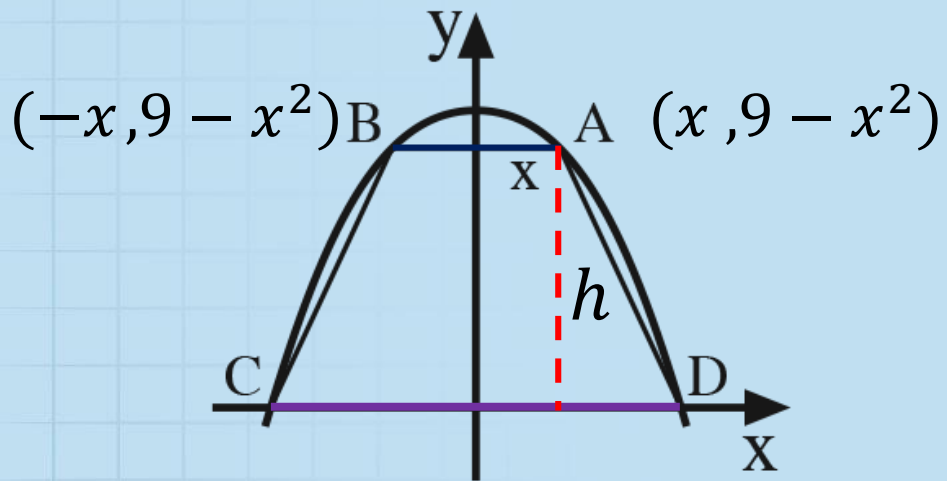
ב. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שהטרפז יהיה בעל שטח מקסימלי.

פתרון

$$-3x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = -3$$



מכיוון שהנקודה A ברביע הראשון,
הערך המתאים הוא $x = 1$

ב. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שהטרפז יהיה בעל שטח מקסימלי.

פתרון



נוודא שעבור $x = 1$ אכן מקבלים ערך מקסימלי:

$$y = -x^3 - 3x^2 + 9x + 27$$

$$y' = -3x^2 - 6x + 9$$

$$y'(0.5) = 5.25$$

$$y'(2) = -15$$

x	0.5	1	2
y		0	
y'	+		-

✓ מקסימום

ב. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שהטרפז יהיה בעל שטח מקסימלי.

פתרון

אפשר גם בעזרת נגזרת שנייה לוודא מקסימום:

$$y = -x^3 - 3x^2 + 9x + 27$$

$$y' = -3x^2 - 6x + 9$$

$$y'' = -6x - 6$$

$$y'' = -6x - 6 \longrightarrow x = 1 \longrightarrow y'' = -12 \longrightarrow \text{מקסימום}$$

ב. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שהטרפז יהיה בעל שטח מקסימלי.

פתרון

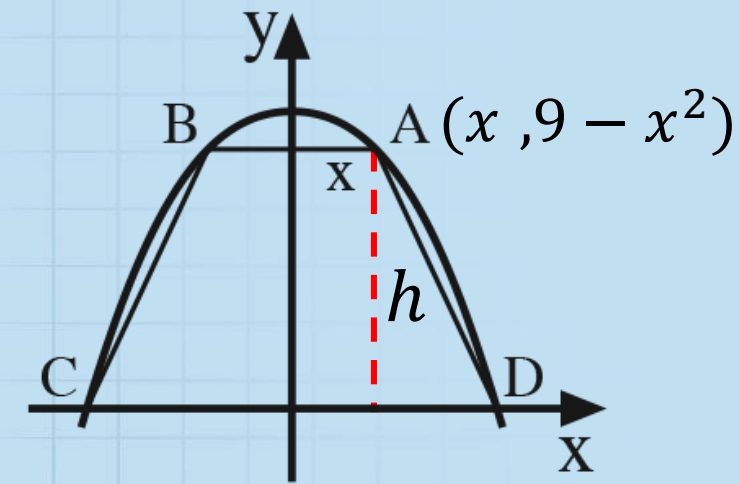
בין גרף הפרבולה $y = 9 - x^2$ וציר ה-x חסום טרפז ABCD.

נמצא את ערך ה-y בנקודה A:

$$x = 1$$

$$y = 9 - 1^2$$

$$y = 8$$



שטח הטרפז מקסימלי כאשר שיעורי נקודה A הם: $(1, 8)$

ב. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שהטרפז יהיה בעל שטח מקסימלי.

פתרון

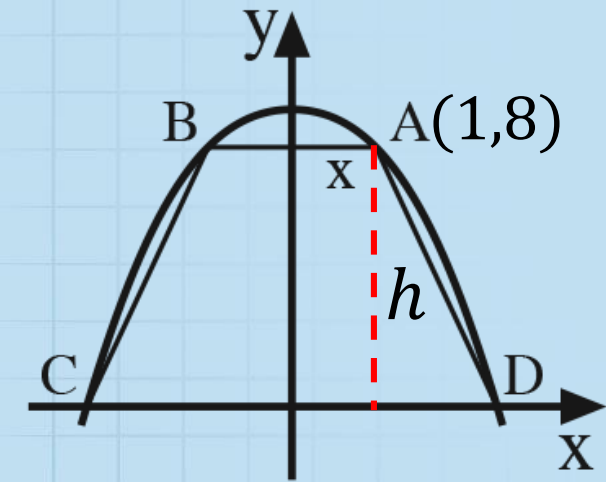
בין גרף הפרבולה $y = 9 - x^2$ וציר ה-x חסום טרפז ABCD.

נמצא את ערך ה-y בנקודה A:

$$x = 1$$

$$y = 9 - 1^2$$

$$y = 8$$



שטח הטרפז מקסימלי כאשר שיעורי נקודה A הם: $(1, 8)$

ג. חשב את השטח המקסימלי.

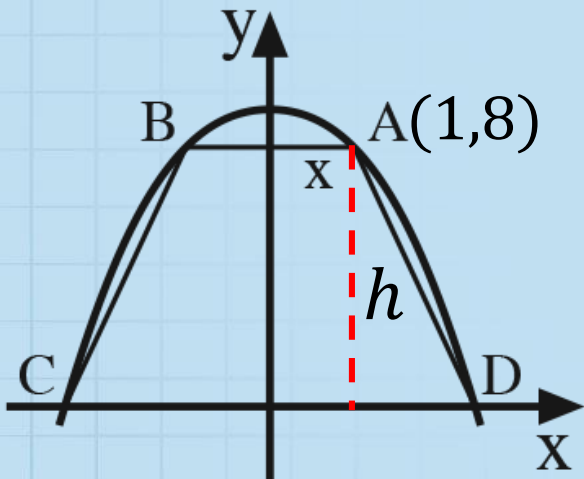
פתרון

נציב את ערך ה- x שמצאנו עברו נקודה A בפונקציית השטח:

$$y = -1^3 - 3 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 + 27$$

$$y = 32$$

שטח הטרפז מקסימלי הוא 32 יח"ר.



בהצלחה