פתרון תרגיל

שטח מרובע על פי אלכסוניו וזווית שביניהם

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

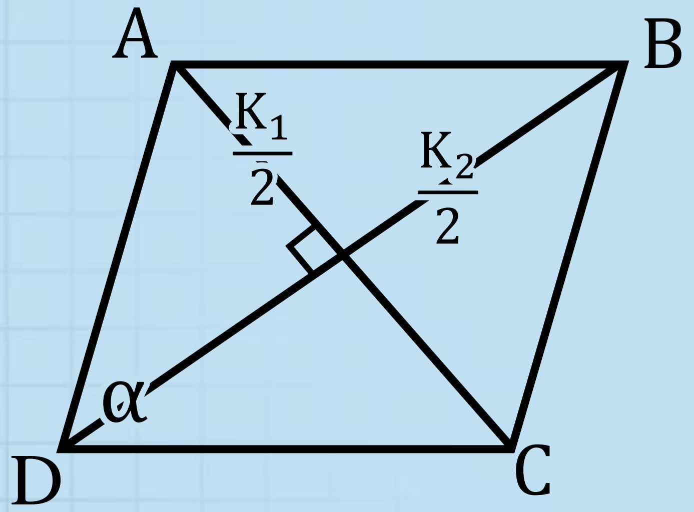
481–581 , עמ' 436 , ת. 8

המצגת נערכה ע״י רחל מאיר

השאלה

8) במעוין האלכסונים הם k_1 ו-k_2 והזווית החדה של המעוין היא α.

הוכח: $\sin\alpha = \dfrac{2k_1k_2}{k_1^2+k_2^2}$.

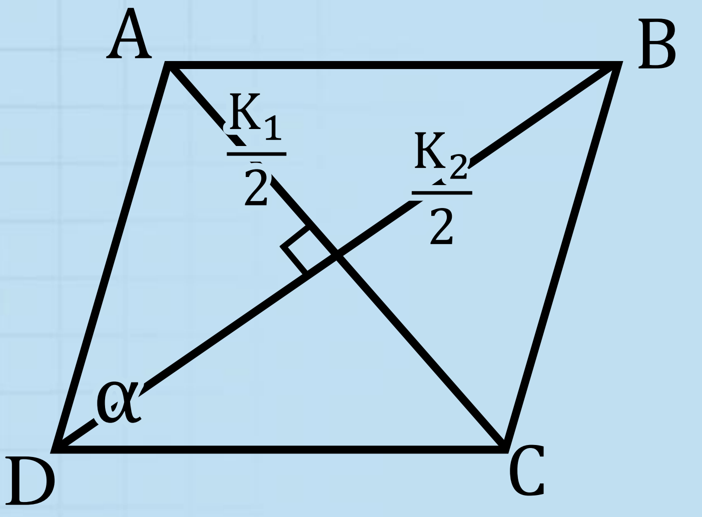


תכנית עבודה

א- נבטא את צלעות המעוין באמצעות האלכסונים
ב- נחשב את שטח המעוין כסכום של שני משולשים באמצעות נוסחת שטח המשולש
ג- נחשב את שטח המעוין על פי אלכסוניו
ד- נשווה בין שני הביטויים של השטח
ה- נבצע פעולות אלגבריות על מנת להוכיח את הנדרש

הוכח: $\sin\alpha = \frac{2k_1k_2}{k_1^2+k_2^2}$.

פתרון



א- נבטא את צלעות המעוין באמצעות האלכסונים

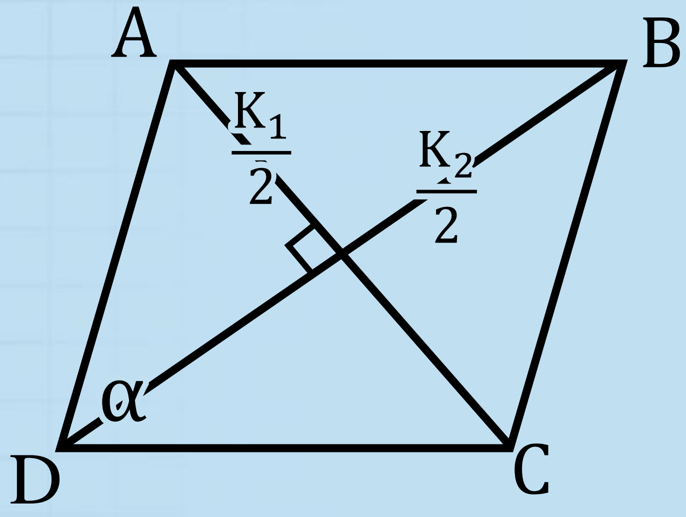
פיתגורס במשולש AEB : $\frac{K_1^2}{4}+\frac{K_2^2}{4}=AB^2$

ב- נחשב את שטח המעוין כסכום של שני משולשים באמצעות נוסחת שטח המשולש

$$S = 2\cdot\frac{AD\cdot DC\cdot \sin\alpha}{2} = AD\cdot DC\cdot \sin\alpha = AB^2\sin\alpha = \left(\frac{K_1^2}{4}+\frac{K_2^2}{4}\right)\cdot \sin\alpha$$

הוכח: $\sin\alpha = \frac{2k_1k_2}{k_1^2+k_2^2}$.

פתרון



ג- נחשב את שטח המעוין על פי אלכסוניו

$$S = \frac{K_1 \cdot K_2 \cdot \sin 90}{2} = \frac{K_1 \cdot K_2}{2}$$

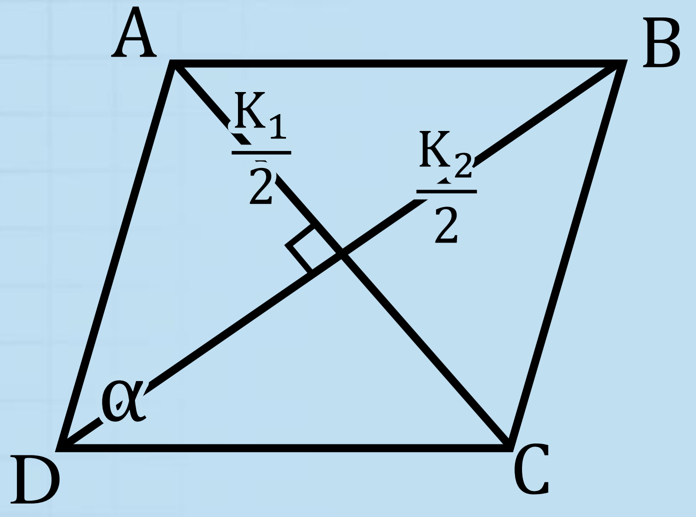
ד- נשווה בין שני הביטויים של השטח

$$\left(\frac{K_1^2}{4} + \frac{K_2^2}{4}\right) \cdot \sin\alpha = \frac{K_1 \cdot K_2}{2}$$

הוכח: $\sin\alpha = \frac{2k_1k_2}{k_1^2+k_2^2}$.

פתרון

ה- נבצע פעולות אלגבריות על מנת להוכיח את הנדרש



$$\left(\frac{K_1^2}{4}+\frac{K_2^2}{4}\right)\cdot \sin\alpha = \frac{K_1\cdot K_2}{2} \quad / \cdot 4$$

$$(K_1^2+K_2^2)\cdot \sin\alpha = 2K_1K_2 \quad / : (K_1^2+K_2^2)$$

$$\sin\alpha = \frac{2K_1K_2}{K_1^2+K_2^2}$$

בהצלחה