הקנייה

נקודות קיצון של פונקציה

3 יח"ל

המצגת נערכה ע״י עומרי נווה

נקודות קיצון עם פרמטרים — פולינומים

כמו במקרה של משיק נביא גם כאן דוגמאות לפונקציות עם פרמטרים ונקודת קיצון.

דוגמא א':

לפונקציה $f(x) = x^3+ax^2$ יש נקודת קיצון ב- $x = 2$. מצא את a.

פתרון:

נגזור את הפונקציה לפי x ונתייחס ל- a כאל מספר קבוע, נקבל $f'(x) = 3x^2+2ax$.

עפ"י הנתון בנקודה $x = 2$ יש לפונקציה נקודת **קיצון** ולכן אם נציב בנגזרת $x = 2$ אז **הנגזרת** תהיה שווה **לאפס**. נקבל אם כן $f'(2) = 3\cdot 2^2+2a\cdot 2 = 0$. לפנינו משוואה ממעלה ראשונה עם נעלם אחד שהוא a. נפתור את המשוואה ונקבל $12+4a = 0$ ולכן $4a = -12$ ומכאן $a = -3$.

הקנייה

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = x^3+ax^2+2x$ ב-$x = -1$ הוא 10.

א. מצא את a. ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.

א. נגזור את הפונקציה, נציב $x = -1$ וגם $y' = 10$ בנגזרת.

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + 2$$

$$f'(-1) = 10$$

$$3 \cdot (-1)^2 + 2a \cdot (-1) + 2 = 10$$

$$3 - 2a + 2 = 10$$

הקנייה

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = x^3+ax^2+2x$ ב-1- $x = -1$ הוא 10.

א. מצא את a.
ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.

א. נגזור את הפונקציה, נציב $x = -1$ וגם $y' = 10$.

$$3 - 2a + 2 = 10 \ /-5$$

$$-2a = 5$$

$$\boldsymbol{a = -2.5}$$

לכן, הפונקציה היא: $f(x) = x^3 - 2.5x^2 + 2x$

הקנייה

$$f(x) = x^3 - 2.5x^2 + 2x$$

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.

נגזור את הפונקציה ונשווה ל-0

נמצא נגזרת שנייה (נעשה נגזרת לנגזרת)

נציב את ערכי x שמצאנו בנגזרת השנייה

נציב את ערכי x שמצאנו בביטוי הפונקציה

$$f'(x) = 3x^2 - 5x + 2$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$x_1 = \frac{2}{3} \qquad x_2 = 1$$

הקנייה

$$f(x) = x^3 - 2.5x^2 + 2x$$

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.

נגזור את הפונקציה ונשווה ל-0 ← נמצא נגזרת שנייה (נעשה נגזרת לנגזרת) ← נציב את ערכי x שמצאנו בנגזרת השנייה ← נציב את ערכי x שמצאנו בביטוי הפונקציה

$$f'(x) = 3x^2 - 5x + 2$$

$$f''(x) = 6x - 5$$

$$x_1 = \frac{2}{3} \quad f''\left(\frac{2}{3}\right) = -1 < 0$$

$$x_2 = 1 \quad f''(1) = 1 > 0$$

הקנייה

$$f(x) = x^3 - 2.5x^2 + 2x$$

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.

נגזור את הפונקציה ונשווה ל-0

נמצא נגזרת שנייה (נעשה נגזרת לנגזרת)

נציב את ערכי x שמצאנו בנגזרת השנייה

נציב את ערכי x שמצאנו בביטוי הפונקציה

$x_1 = \frac{2}{3}$ מקסימום

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 2.5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{14}{27}$$

$x_2 = 1$ מינימום

$$f(1) = (1)^3 - 2.5 \cdot (1)^2 + 2 \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

הקנייה

$$f(x) = x^3 - 2.5x^2 + 2x$$

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.

נקודות הקיצון של הפונקציה הן:

נקודת מינימום $\left(1, \frac{1}{2}\right)$

נקודת מקסימום $\left(\frac{2}{3}, \frac{14}{27}\right)$

בהצלחה