הקנייה

שיפוע של גרף של פונקציה בנקודה

3 יח"ל

המצגת נערכה ע״י עומרי נווה

הקנייה

חשבון דיפרנציאלי — הנגזרת

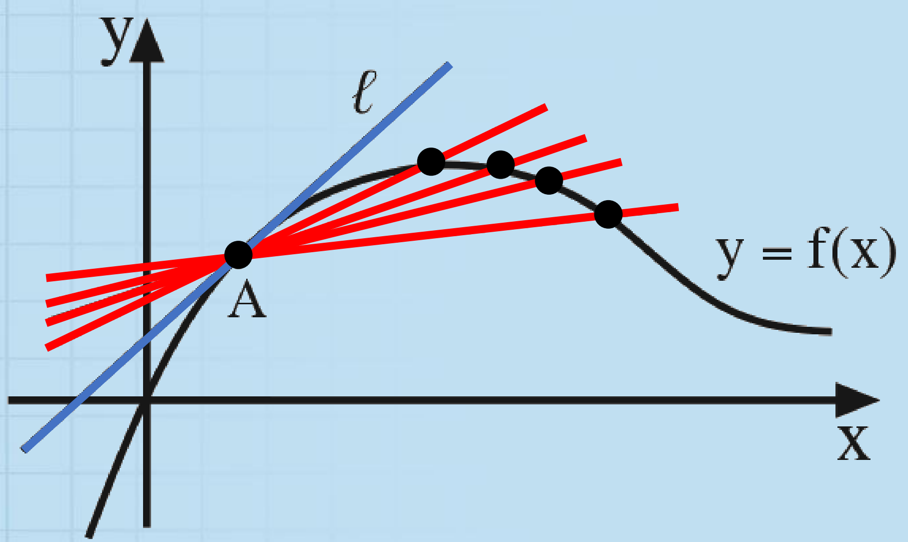
שיפוע גרף של פונקציה בנקודה

בפרק זה נעסוק במושג העיקרי של החשבון הדיפרנציאלי והאינטגרלי והוא **הנגזרת**.
נגדיר תחילה מהו שיפוע גרף של פונקציה.

כפי שכבר ראינו, הפונקציה $y = mx+b$ מייצגת **ישר ששיפועו** $\mathbf{m}$.
ראינו שאם m **חיובי** אז הזוית α שהישר יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה-x היא **חדה**, אם m הוא **שלילי** אז הזוית α היא **קהה** ואם m שווה **לאפס** אז הישר **מקביל** לציר ה-x או מתלכד איתו. אם הישר **מאונך** לציר ה-x **השיפוע** שלו **לא מוגדר**.

הקנייה

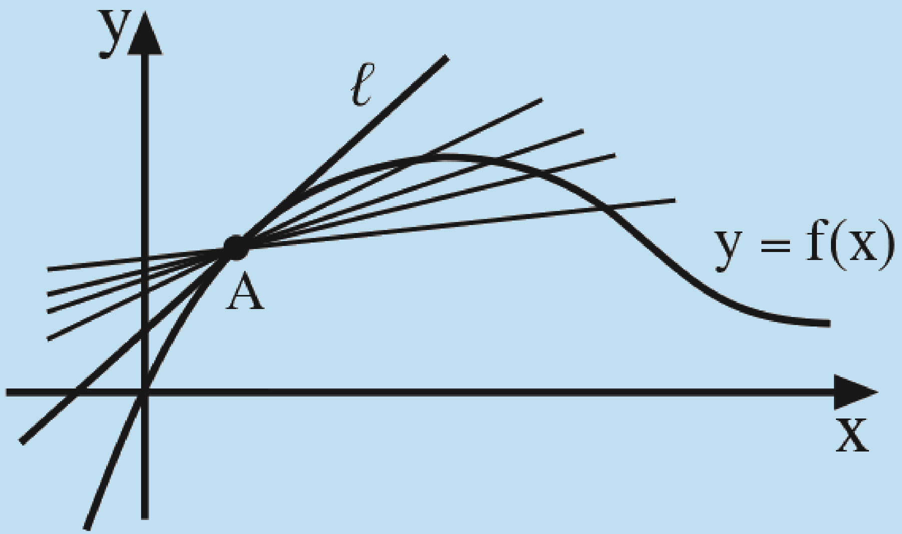
שיפוע גרף של פונקציה בנקודה



הגדרת המשיק – בציור מתואר גרף של פונקציה $y = f(x)$ ועליה נקודה A.
ניתן להעביר ישרים רבים שיחתכו את גרף הפונקציה בנקודה A ובנקודה נוספת הנמצאת על גרף הפונקציה. אם הנקודה הנוספת תלך ותתקרב, על גבי גרף הפונקציה, לנקודה A יתקבל לבסוף ישר גבולי (בציור הישר ℓ). הישר הגבולי הוא המשיק לגרף הפונקציה $y = f(x)$ בנקודה A שעליה.

הקנייה

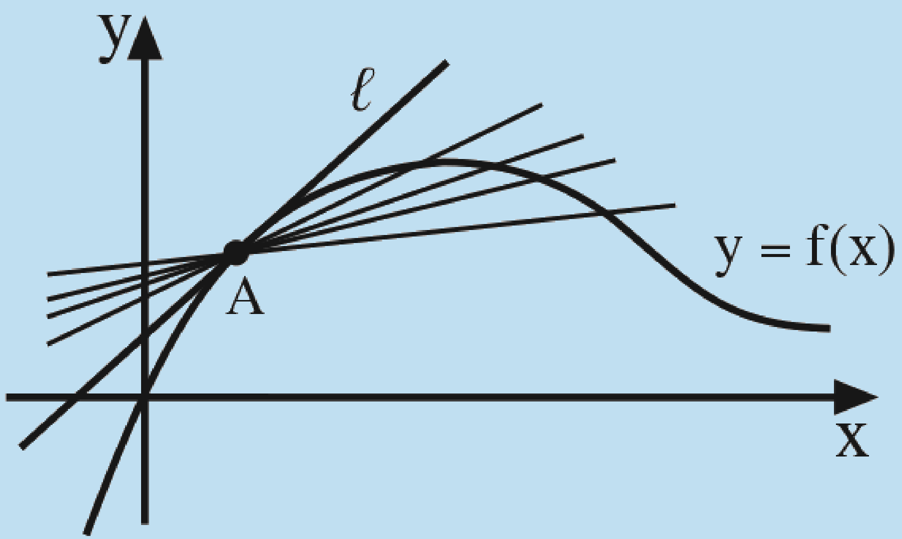
שיפוע גרף של פונקציה בנקודה



ניתן אם כן לראות את **המשיק כגבול של ישרים חותכים**. הנקודה A נקראת **נקודת ההשקה**. בקרבת הנקודה A ניתן לומר שהישר המשיק "**קרוב**" מאוד לגרף הפונקציה.

הקנייה

שיפוע גרף של פונקציה בנקודה



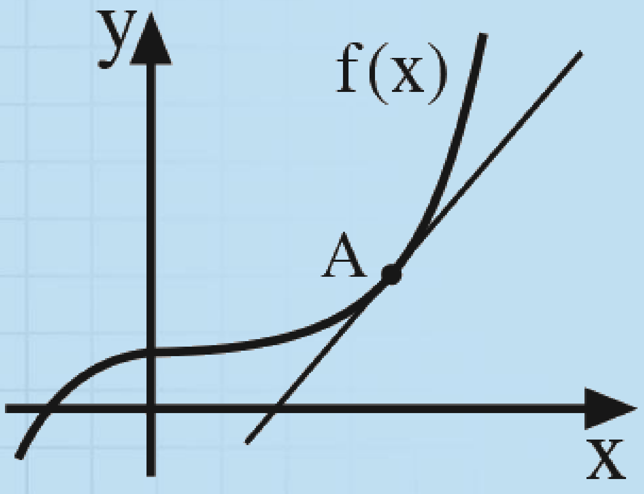
לישר המשיק ישנו שיפוע. מגדירים:

שיפוע של גרף בנקודה – שיפוע גרף של פונקציה בנקודה שעל הגרף הוא שיפועו של הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה.

הקנייה

שיפוע גרף של פונקציה בנקודה

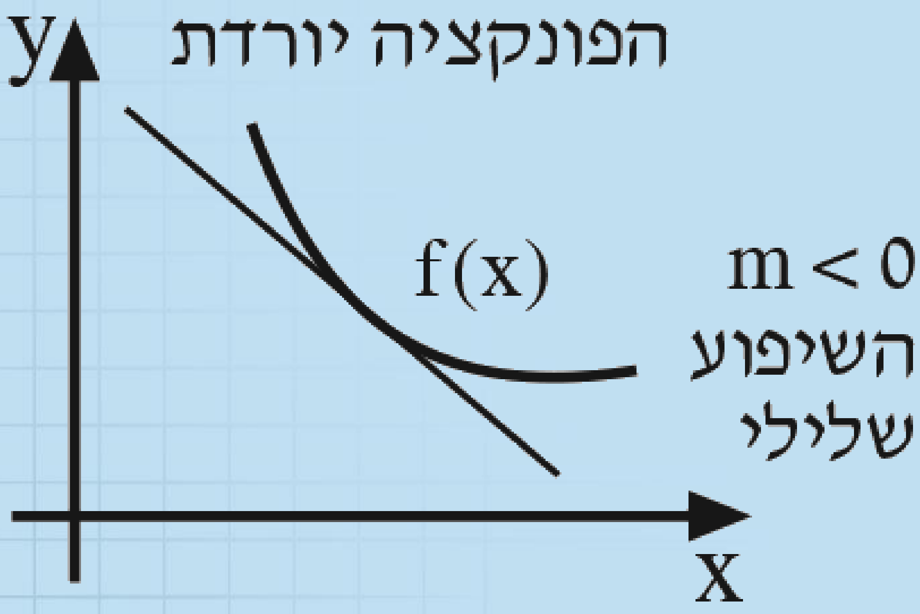
כדי למצוא את השיפוע של גרף של פונקציה בנקודה A צריך **לחשב את שיפוע הישר המשיק** לגרף הפונקציה בנקודה A. זאת למעשה המטרה העיקרית של פרק זה.

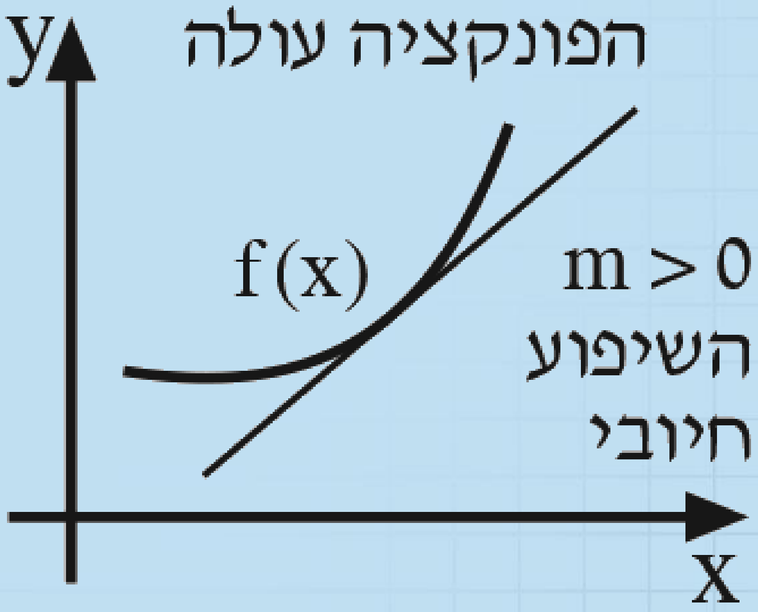


הקנייה

שיפוע גרף של פונקציה בנקודה

קל לראות שאם הפונקציה **עולה** אז השיפוע הוא **חיובי** ואם הפונקציה **יורדת** אז השיפוע הוא **שלילי** ולהיפך.





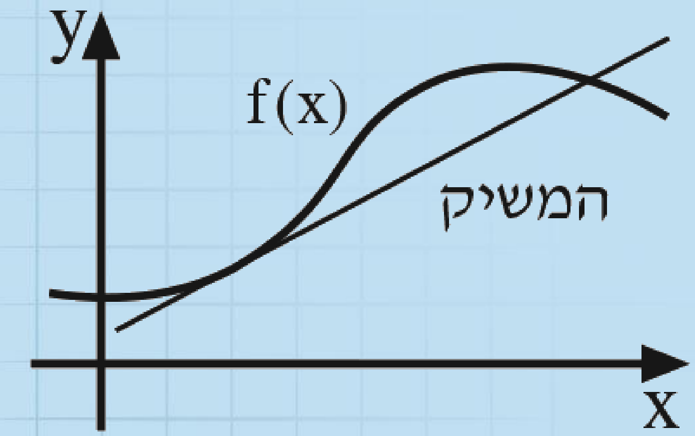
הקנייה

שיפוע גרף של פונקציה בנקודה

הערות:

א) לא ניתן להגדיר משיק לגרף של פונקציה כישר שיש לו נקודה אחת משותפת עם גרף הפונקציה.

כפי שרואים בציור, **המשיק** לגרף הפונקציה בנקודה מסויימת **חותך** את הגרף בנקודה **אחרת**.

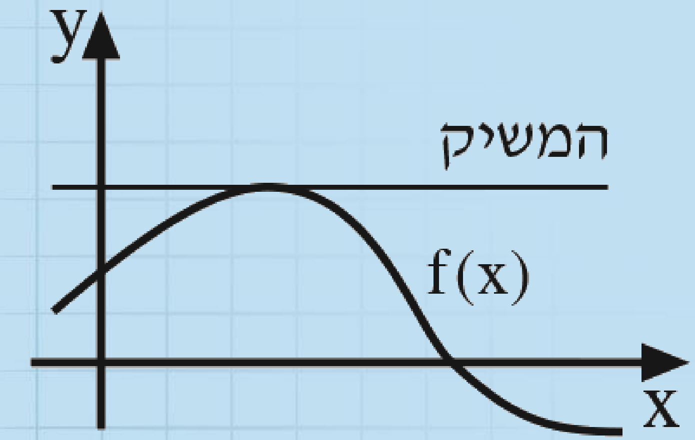


הקנייה

שיפוע גרף של פונקציה בנקודה

הערות:

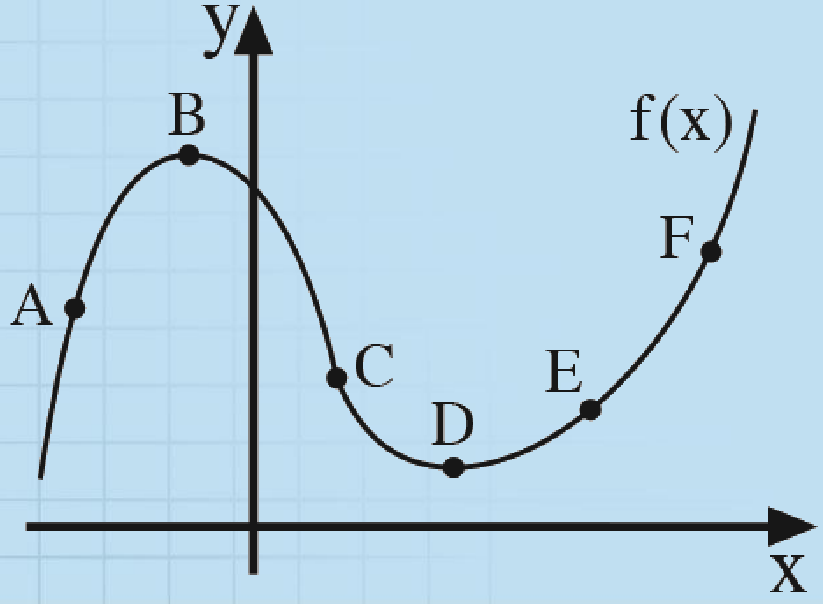
ב) אם שיפוע המשיק שווה **לאפס** אז המשיק **מקביל** לציר ה-x. בהמשך נראה את הקשר שבין עובדה זו לבעיות הקשורות **למינימום ומקסימום** של פונקציה.



הקנייה

דוגמא:

בציור מתואר גרף של פונקציה ועליו הנקודות A, B, C, D, E ו-F.
מצא באילו נקודות שיפוע הגרף הוא חיובי, באילו הוא שלילי ובאילו הוא אפס.



הקנייה

פתרון:

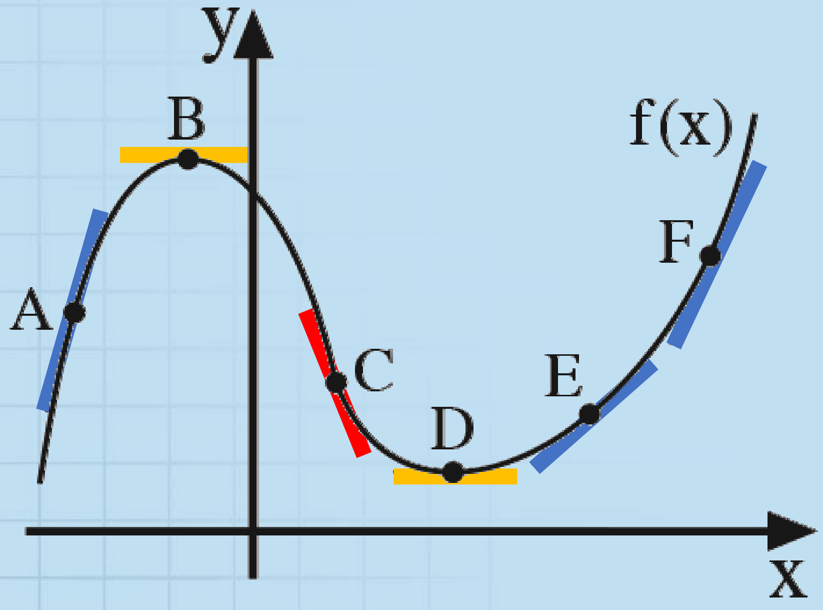
נשרטט תחילה את הישרים המשיקים בכל אחת מהנקודות הנ"ל.

בנקודות A, E ו-F שיפוע המשיק הוא חיובי

ולכן גם שיפוע גרף הפונקציה הוא חיובי.

בנקודה C השיפוע שלילי

ובנקודות B ו-D השיפוע הוא אפס.



בהצלחה