

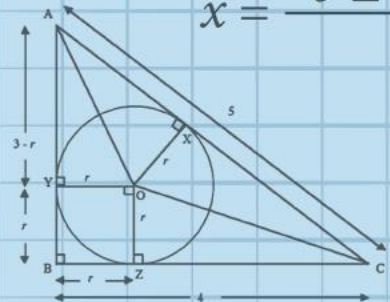
$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = 3x^3 + x^2 + 4x + C \Big|_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x(\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

תרגיל לדוגמה

פונקציות טריגונומטריות -

נקודות קיצון פנימיות

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ג'

482, עמ' 357-358, דוגמה א'

המצגת נערכה ע"י עומרי נווה

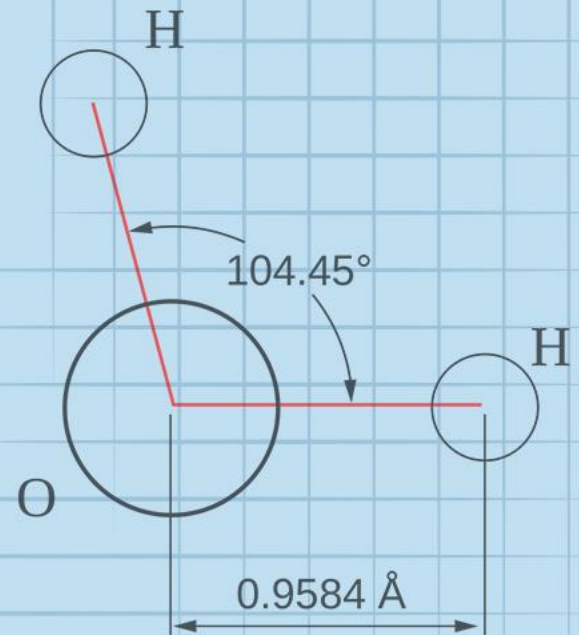
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{全てのスペース}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[\gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



תרגיל לדוגמה

נקודות קיצון פנימיות – פונקציות טריגונומטריות

נביא עכשיו דוגמאות למציאת נקודות קיצון פנימיות של פונקציה, הכוללת פונקציה טריגונומטרית שמוגדרת בקטע סגור. בהמשך נדון בנקודות קיצון בקצוות.

דוגמא א':

מצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $f(x) = \sin 2x + x$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

פתרון:

נגזור ונשווה לאפס: $f'(x) = 2 \cos 2x + 1 = 0$ לכן $\cos 2x = -\frac{1}{2}$.

הפתרונות הם: $2x_1 = \frac{2}{3}\pi + 2\pi K$ ו- $2x_2 = -\frac{2}{3}\pi + 2\pi K$.

כלומר $x_1 = \frac{\pi}{3} + \pi K$ ו- $x_2 = -\frac{\pi}{3} + \pi K$.

תרגיל לדוגמה

דוגמא א':

מצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $f(x) = \sin 2x + x$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.
פתרון:

$$x_1 = \frac{\pi}{3} + \pi K \quad \text{ו-} \quad x_2 = -\frac{\pi}{3} + \pi K$$

בתחום $0 \leq x \leq \pi$ נמצאים הפתרונות $x = \frac{\pi}{3}$ ו- $x = \frac{2}{3}\pi$.

נגזור פעם שנייה: $f''(x) = -4 \sin 2x$

נציב $x = \frac{\pi}{3}$ ונקבל: $f''\left(\frac{\pi}{3}\right) = -4 \sin \frac{2}{3}\pi = -3.46 < 0$ כלומר מקסימום.

נציב $x = \frac{2}{3}\pi$ ונקבל: $f''\left(\frac{2}{3}\pi\right) = -4 \sin \frac{4}{3}\pi = 3.46 > 0$ כלומר מינימום.

תרגיל לדוגמה

דוגמא א':

מצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $f(x) = \sin 2x + x$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.
פתרון:

נחשב את ערכי הפונקציה:

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{2}{3}\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3} = 1.91$$

$$f\left(\frac{2}{3}\pi\right) = \sin \frac{4}{3}\pi + \frac{2}{3}\pi = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2}{3}\pi = 1.23$$

לסיכום: נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה בתחום הנתון הן:

$\left(\frac{\pi}{3}, 1.91\right)$ מקסימום, $\left(\frac{2}{3}\pi, 1.23\right)$ מינימום.

בהצלחה