הקנייה

הנגזרת של פונקציית הטנגנס

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ג'

482 , עמ' 350

המצגת נערכה ע״י עומרי נווה

הקנייה

הנגזרת של פונקציית הטנגנס

טענה: $$\boxed{(\mathrm{tg}\,x)' = \frac{1}{\cos^2 x}}$$

הוכחה:

נסתמך על כך ש- $\mathrm{tg}\,x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ ובעזרת נגזרת של מנה נקבל:

$$(\mathrm{tg}\,x)' = \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)' = \frac{(\sin x)' \cdot \cos x - \sin x \cdot (\cos x)'}{\cos^2 x} =$$

הקנייה

הנגזרת של פונקציית הטנגנס

הוכחה:

$$\frac{(\sin x)'\cdot\cos x-\sin x\cdot(\cos x)'}{\cos^2 x}=\frac{\cos x\cos x\ -\ \sin x(-\sin x)}{\cos^2 x}=$$

$$=\frac{\cos^2 x+\sin^2 x}{\cos^2 x}=\frac{1}{\cos^2 x}$$

(בשלב האחרון נעזרנו בזהות $\sin^2 x+\cos^2 x=1$).

הקנייה

הנגזרת של פונקציית הטנגנס

$$(\mathrm{tg}\,x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

עפ"י הנגזרת של פונקציה מורכבת נקבל את **הנוסחה**:

$$\left(\mathrm{tg}\,(f(x))\right)' = \frac{1}{\cos^2(f(x))} \cdot f'(x)$$

הקנייה

דוגמא:

גזור את הפונקציה $y = x\,tg\,2x$.

פתרון:

$$y' = 1 \cdot tg\,2x + x \cdot \frac{1}{\cos^2 2x} \cdot (2x)' = tg\,2x + \frac{2x}{\cos^2 2x}.$$

בהצלחה