

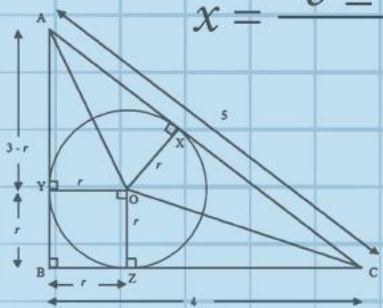
$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = 3x^3 + x^2 + 4x + C \Big|_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x(\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

תרגיל לדוגמה

משוואות טריגונומטריות עם רדיאנים

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ג'

482, עמ' 339-334, דוגמה

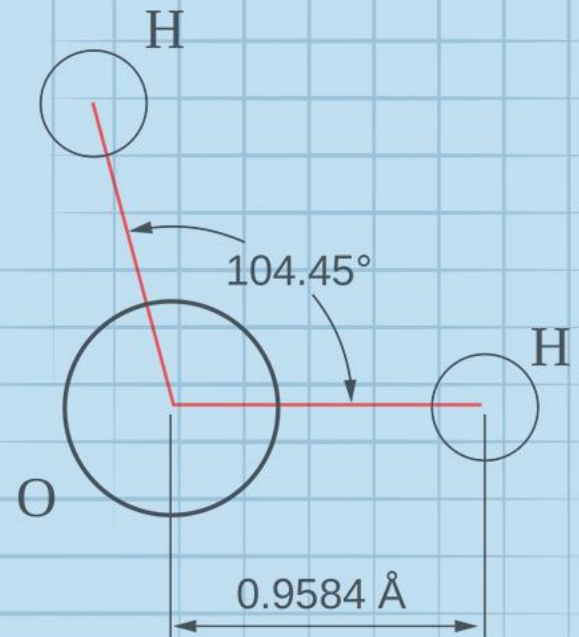
המצגת נערכה ע"י עומרי נווה
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{全てのスペース}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[\gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



תרגיל לדוגמה

פרק עשירי

חשבון דיפרנציאלי – פונקציות טריגונומטריות

משוואות טריגונומטריות עם רדיאנים

הנוסחאות העיקריות בטריגונומטריה

הערה: לפני שלומדים את החומר שבפרק זה צריך ללמוד את החומר בטריגונומטריה שמופיע בנספח ג' (החל מעמ' 622). במיוחד יש לשים לב לנושאים הבאים: הרדיאן, התיאורים הגרפיים של הפונקציות הטריגונומטריות ומשוואות טריגונומטריות.

תרגיל לדוגמה

רדיאן

מעבר ממעלות לרדיאנים:

$$\alpha = \frac{\pi \alpha^\circ}{180^\circ}$$

מעבר מרדיאנים למעלות:

$$\alpha^\circ = \frac{180^\circ \alpha}{\pi}$$

הפונקציות הטריגונומטריות של זוויות מיוחדות

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
α°	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	לא מוגדר

תרגיל לדוגמה

זהויות טריגונומטריות

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

הזהויות היסודיות:

$$\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$$

$$\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

תרגיל לדוגמה

זהויות טריגונומטריות

הזהויות היסודיות:

$$\cos(\alpha + 360^\circ) = \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha + 360^\circ) = \sin \alpha$$

$$\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha)}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + 180^\circ) = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

תרגיל לדוגמה

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

סכום והפרש זוויות:

תרגיל לדוגמה

זווית כפולה:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

תרגיל לדוגמה

פתרונות כלליים של משוואות טריגונומטריות

הפתרונות ברדיאנים	הפתרונות במעלות	המשוואה
$x_1 = \alpha + 2\pi K$ $x_2 = \pi - \alpha + 2\pi K$	$x_1 = \alpha^\circ + 360^\circ K$ $x_2 = 180^\circ - \alpha^\circ + 360^\circ K$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_1 = \alpha + 2\pi K$ $x_2 = -\alpha + 2\pi K$	$x_1 = \alpha^\circ + 360^\circ K$ $x_2 = -\alpha^\circ + 360^\circ K$	$\cos x = \cos \alpha$
$x = \alpha + \pi K$	$x = \alpha^\circ + 180^\circ K$	$\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \alpha$

תרגיל לדוגמה

פתרונות מיוחדים של משוואות טריגונומטריות

הפתרונות ברדיאנים	הפתרונות במעלות	המשוואה
$x = \pi K$	$x = 180^\circ K$	$\sin x = 0$
$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi K$	$x = 90^\circ + 360^\circ K$	$\sin x = 1$
$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi K$	$x = -90^\circ + 360^\circ K$	$\sin x = -1$
$x = \frac{\pi}{2} + \pi K$	$x = 90^\circ + 180^\circ K$	$\cos x = 0$
$x = 2\pi K$	$x = 360^\circ K$	$\cos x = 1$
$x = \pi + 2\pi K$	$x = 180^\circ + 360^\circ K$	$\cos x = -1$
$x = \pi K$	$x = 180^\circ K$	$\operatorname{tg} x = 0$

תרגיל לדוגמה

משוואות טריגונומטריות עם רדיאנים

נביא דוגמא לפתרון משוואה טריגונומטרית עם רדיאנים.

דוגמא:

מצא את פתרונות המשוואה $2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

פתרון:

קל לראות שהמשוואה היא משוואה טריגונומטרית שכוללת בתוכה משוואה ריבועית.

נסמן: $\sin x = t$ ונקבל את המשוואה הריבועית $2t^2 - t - 1 = 0$.

הפתרונות של משוואה זו הם: $t_1 = 1$, $t_2 = -\frac{1}{2}$.

תרגיל לדוגמה

משוואות טריגונומטריות עם רדיאנים

נביא דוגמא לפתרון משוואה טריגונומטרית עם רדיאנים.

דוגמא:

מצא את פתרונות המשוואה $2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

פתרון:

לאפשרות הראשונה נקבל: $\sin x = 1$ ולכן $x_1 = \frac{\pi}{2} + 2\pi K$

לאפשרות השנייה נקבל: $\sin x = -\frac{1}{2}$ ולכן $x_2 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi K$, $x_3 = \frac{7}{6}\pi + 2\pi K$

לסיכום: בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$ נקבל את הפתרונות: $\frac{\pi}{2}$, $\frac{7}{6}\pi$, $\frac{11}{6}\pi$

בהצלחה