תרגיל לדוגמה

משוואות טריגונומטריות

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ג'

482 , עמ' 722–723, דוגמאות א' , ב'

המצגת נערכה ע"י עומרי נווה

תרגיל לדוגמה

משוואות טריגונומטריות המבוססות על הזהויות לזוית כפולה

נביא דוגמאות לפתרון משוואות בעזרת הזהויות לזוית כפולה. (ראה עמ' 718).

דוגמא א':

פתור את המשוואה $3\sin x - 1 = \cos 2x$ בתחום $0^{o} \le x \le 360^{o}$.

תרגיל לדוגמה

דוגמא א':

פתור את המשוואה $3\sin x - 1 = \cos 2x$ בתחום $0^\circ \le x \le 360^\circ$.

פתרון:

ניעזר באגף ימין בזהות $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

ונקבל $3\sin x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$.

$2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$.

תרגיל לדוגמה

דוגמא א':

פתור את המשוואה $3\sin x - 1 = \cos 2x$ בתחום $0^o \le x \le 360^o$.

פתרון:

$2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$.

נסמן $\sin x = a$ ונקבל את המשוואה הריבועית

$2a^2+3a-2 = 0$ שהפתרונות שלה הם: $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_2 = -2$.

מהפתרון הראשון נקבל $\sin x = \frac{1}{2}$ ולכן $x_1 = 30^o+360^oK$,

תרגיל לדוגמה

דוגמא א':

פתור את המשוואה $3\sin x - 1 = \cos 2x$ בתחום $0^o \le x \le 360^o$.

פתרון:

$2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$.

מהפתרון הראשון נקבל $\sin x = \frac{1}{2}$ ולכן $x_1 = 30^o + 360^o K$,

הפתרון השני לא ייתכן כי נקבל $\sin x = -2$ וזה לא יכול להיות.

בתחום $0^o \le x \le 360^o$ הפתרונות הם: 30^o, 150^o.

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב':

פתור את המשוואה $\sin 2x = \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}$.

פתרון:

ניעזר באגף ימין בזהות $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

ונקבל את המשוואה $\sin 2x = \cos x$.

את המשוואה שהתקבלה ניתן לפתור בשתי דרכים.

תרגיל לדוגמה

$$\sin 2x = \cos x$$

דרך א' – נסתמך על הזהות $\sin(90^o - \alpha) = \cos\alpha$ ונקבל את המשוואה $\sin 2x = \sin(90^o - x)$. **האפשרויות הן:**

(1) $2x = 90^o - x + 360^oK$, כלומר $3x = 90^o + 360^oK$ והפתרון $x_1 = 30^o + 120^oK$.

(2) $2x = 180^o - (90^o - x) + 360^oK$, כלומר $2x = 90^o + x + 360^oK$

והפתרון $x_2 = 90^o + 360^oK$.

תרגיל לדוגמה

$$\sin 2x = \cos x$$

דרך ב' – ניעזר בזהות $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ לגבי אגף שמאל ונקבל את המשוואה $2\sin x\cos x = \cos x$. נרשום את המשוואה בצורה $2\sin x\cos x - \cos x = 0$ וניעזר בפירוק לגורמים, נקבל $\cos x(2\sin x - 1) = 0$.

האפשרויות הן: (1) $\cos x = 0$. (2) $2\sin x - 1 = 0$.

מאפשרות (1) נקבל $x_1 = 90^\circ + 180^\circ K$.

מאפשרות (2) נקבל $x_2 = 30^\circ + 360^\circ K$, $x_3 = 150^\circ + 360^\circ K$.

הערה: ניתן להראות ששני הפתרונות שהתקבלו הם **זהים**.

בהצלחה