פתרון תרגיל

סדרה הנדסית – האיבר הכללי

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ג'

482 , עמ' 133, ת. 83

המצגת נערכה ע״י עומרי נווה

השאלה

בתרגילים הבאים נתון שהסדרה $a_1, a_2, a_3, \ldots$ היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא q.
מצא אילו מבין הסדרות הבאות הן (תמיד) סדרות הנדסיות. לגבי הסדרות ההנדסיות – הוכח שהן אכן סדרות הנדסיות והבע את המנה שלהן באמצעות q $(p \neq 0)$:

83) $a_1 a_2 a_3\ ,\ a_3 a_4 a_5\ ,\ a_5 a_6 a_7\ ,\ \ldots$

83) $a_1 a_2 a_3\ ,\ a_3 a_4 a_5\ ,\ a_5 a_6 a_7\ ,\ \ldots$

פתרון

בתרגילים הבאים נתון שהסדרה $a_1, a_2, a_3, \ldots$ היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא q.
מצא אילו מבין הסדרות הבאות הן (תמיד) סדרות הנדסיות. לגבי הסדרות ההנדסיות – הוכח שהן אכן סדרות הנדסיות והבע את המנה שלהן באמצעות q

$a_1 a_2 a_3\ ,\ a_3 a_4 a_5\ ,\ a_5 a_6 a_7\ ,\ \ldots$

נגדיר סדרה b_n המקיימת:

$$b_n = a_{2n-1} \cdot a_{2n} \cdot a_{2n+1}$$

83) $a_1 a_2 a_3\ ,\ a_3 a_4 a_5\ ,\ a_5 a_6 a_7\ ,\ \ldots$

פתרון

בתרגילים הבאים נתון שהסדרה $a_1, a_2, a_3, \ldots$ היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא q.
מצא אילו מבין הסדרות הבאות הן (תמיד) סדרות הנדסיות. לגבי הסדרות ההנדסיות – הוכח
שהן אכן סדרות הנדסיות והבע את המנה שלהן באמצעות q

$$b_n = a_{2n-1} \cdot a_{2n} \cdot a_{2n+1}$$

נוכיח שהסדרה b_n היא הנדסית. כלומר שמתקיים: $\frac{b_{n+1}}{b_n} =$ קבוע

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{a_{2(n+1)-1} \cdot a_{2(n+1)} \cdot a_{2(n+1)+1}}{a_{2n-1} \cdot a_{2n} \cdot a_{2n+1}} = \frac{a_{2n+2-1} \cdot a_{2n+2} \cdot a_{2n+2+1}}{a_{2n-1} \cdot a_{2n} \cdot a_{2n+1}} =$$

$a_1 a_2 a_3\ ,\ a_3 a_4 a_5\ ,\ a_5 a_6 a_7\ ,\ \ldots$ (83

פתרון

בתרגילים הבאים נתון שהסדרה $a_1, a_2, a_3, \ldots$ היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא q.
מצא אילו מבין הסדרות הבאות הן (תמיד) סדרות הנדסיות. לגבי הסדרות ההנדסיות – הוכח שהן אכן סדרות הנדסיות והבע את המנה שלהן באמצעות q

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{a_{2n+2-1} \cdot a_{2n+2} \cdot a_{2n+2+1}}{a_{2n-1} \cdot a_{2n} \cdot a_{2n+1}} = \frac{\cancel{a_{2n+1}} \cdot a_{2n+2} \cdot a_{2n+3}}{a_{2n-1} \cdot a_{2n} \cdot \cancel{a_{2n+1}}} =$$

אם הסדרה a_n היא הנדסית, נביט באיברים העוקבים:

$$a_{2n-1}\ ,\ a_{2n}\ ,\ a_{2n+1}\ ,\ a_{2n+2}\ ,\ a_{2n+3}$$

83) $a_1a_2a_3 \,,\, a_3a_4a_5 \,,\, a_5a_6a_7 \,,\, \ldots$

פתרון

בתרגילים הבאים נתון שהסדרה $a_1, a_2, a_3, \ldots$ היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא q.
מצא אילו מבין הסדרות הבאות הן (תמיד) סדרות הנדסיות. לגבי הסדרות ההנדסיות – הוכח שהן אכן סדרות הנדסיות והבע את המנה שלהן באמצעות q

$$\cdot\, q^3$$

$$a_{2n-1} \;,\; a_{2n} \;,\; a_{2n+1} \;,\; a_{2n+2} \;,\; a_{2n+3}$$

$$\cdot\, q^3$$

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{\overset{q^3}{\cancel{a_{2n+2}}} \cdot \overset{q^3}{\cancel{a_{2n+3}}}}{\cancel{a_{2n-1}} \cdot \cancel{a_{2n}}} =$$

$$= q^3 \cdot q^3 = q^6$$

$a_1a_2a_3 , a_3a_4a_5 , a_5a_6a_7 , \ldots$ (83

פתרון

בתרגילים הבאים נתון שהסדרה $a_1, a_2, a_3, \ldots$ היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא q.
מצא אילו מבין הסדרות הבאות הן (תמיד) סדרות הנדסיות. לגבי הסדרות ההנדסיות – הוכח שהן אכן סדרות הנדסיות והבע את המנה שלהן באמצעות q

מצאנו כי מתקיים: $\frac{b_{n+1}}{b_n} = q^6$

ולכן הסדרה $a_1a_2a_3 , a_3a_4a_5 , a_5a_6a_7 , \ldots$ **היא סדרה הנדסית ומנתה q^6**

בהצלחה