פתרון תרגיל

הסכום של סדרה חשבונית

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ג'

482 , עמ' 121, ת. 134

המצגת נערכה ע"י עומרי נווה

השאלה

134) נתונה סדרה חשבונית $a_1, a_2, a_3, \ldots$ שבה 48 איברים. לפניך 2 סכומים (1) ו-(2) של איברים מסדרה זו:

$$(1)\quad a_2 + a_5 + a_8 + a_{11} + \ldots + a_{47} = 456$$

$$(2)\quad a_1 + a_5 + a_9 + a_{13} + \ldots + a_{45} = 324$$

א. מצא כמה איברים יש בכל אחד מהסכומים (1) ו-(2).

ב. מצא את האיבר הראשון ואת ההפרש של הסדרה הנתונה $a_1, a_2, a_3, \ldots$.

א. מצא כמה איברים יש בכל אחד מהסכומים (1) ו-(2).

פתרון

$$(1)\quad a_2 + a_5 + a_8 + a_{11} + \ldots + a_{47} = 456$$

בסכום (1) ערכי המקומות: $2 , 5 , 8 , \ldots , 47$ מהווים סדרה חשבונית שבה:

$m_1 = 2$

$d = 3$

$m_n = 47$

ניעזר בנוסחה: $\boxed{\mathbf{a_n = a_1 + (n-1)d}}$

$$47 = 2 + (n-1)\cdot 3$$

$$47 = 2 + 3n - 3$$

$$3n = 48 \longrightarrow n = 16$$

בסכום (1)

יש 16 איברים

א. מצא כמה איברים יש בכל אחד מהסכומים (1) ו-(2).

פתרון

$$(2)\quad a_1 + a_5 + a_9 + a_{13} + \ldots + a_{45} = 324$$

בסכום (2) ערכי המקומות: $45 , \ldots , 9 , 5 , 1$ מהווים סדרה חשבונית שבה:

$m_1 = 1$

$d = 4$

$m_n = 45$

ניעזר בנוסחה: $\boxed{\mathbf{a_n = a_1 + (n-1)d}}$

$$45 = 1 + (n-1)\cdot 4$$

$$45 = 1 + 4n - 4$$

$$4n = 48 \longrightarrow n = 12$$

בסכום (2)
יש 12 איברים

ב. מצא את האיבר הראשון ואת ההפרש של הסדרה הנתונה $a_1, a_2, a_3, \ldots$.

פתרון

(1) $a_2 + a_5 + a_8 + a_{11} + \ldots + a_{47} = 456$

נשתמש עבור כל סדרה שיצרנו בנוסחה של סכום:

$$\boxed{S_n = [2a_1 + (n-1)d]\frac{n}{2}}$$

(1) b_n

$b_1 = a_2$

הפרש - $3d$

$n = 16$

$$456 = [2b_1 + (16-1)3d]\frac{16}{2}$$

$$456 = 8[2(a_1+d) + 45d] \quad /:8$$

$$57 = 2a_1 + 2d + 45d \longrightarrow 57 = 2a_1 + 47d$$

ב. מצא את האיבר הראשון ואת ההפרש של הסדרה הנתונה $a_1, a_2, a_3, \ldots$.

פתרון

(2) $a_1 + a_5 + a_9 + a_{13} + \ldots + a_{45} = 324$

נשתמש עבור כל סדרה שיצרנו בנוסחה של סכום:

$$\boxed{S_n = [2a_1 + (n-1)d]\frac{n}{2}}$$

c_n (2)

$c_1 = a_1$

הפרש - $4d$

$n = 12$

$$324 = [2a_1 + (12-1)4d]\frac{12}{2}$$

$$324 = 6(2a_1 + 44d) /: 6$$

$$54 = 2a_1 + 44d$$

ב. מצא את האיבר הראשון ואת ההפרש של הסדרה הנתונה $a_1, a_2, a_3, \ldots$.

פתרון

$$(2)\quad a_1 + a_5 + a_9 + a_{13} + \ldots + a_{45} = 324$$

מהנתונים התקבלה מערכת המשוואות הבאה:

$$-\begin{cases} 57 = 2a_1 + 47d \\ 54 = 2a_1 + 44d \end{cases} \longrightarrow 54 = 2a_1 + 44$$

$$3 = 3d \quad /:3 \qquad\qquad 10 = 2a_1 \quad /:2$$

$$\boldsymbol{d = 1} \qquad\qquad \boldsymbol{a_1 = 5}$$

בהצלחה