פתרון תרגיל

וקטורים – תרגילים לחזרה

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

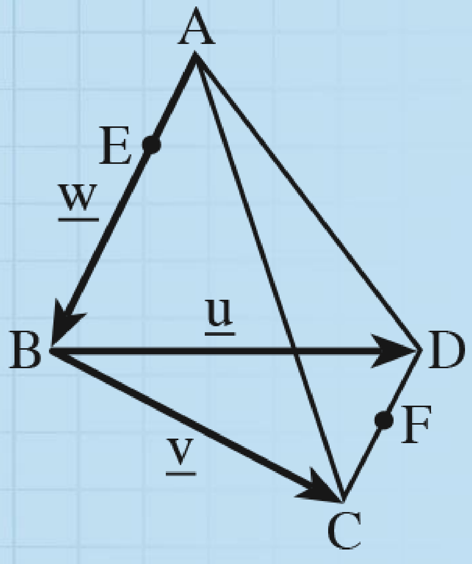
582 , עמ' 616, ת. 5

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

השאלה

5) בטטראדר ABCD נסמן: $\overrightarrow{BC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{BD} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{w}$.

E היא נקודה המקיימת $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. AF הוא התיכון לצלע CD בפאה ACD. K היא נקודה המקיימת $\overrightarrow{AK} = t\overrightarrow{AF}$.



א. הבע את $\overrightarrow{EK}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו-t.

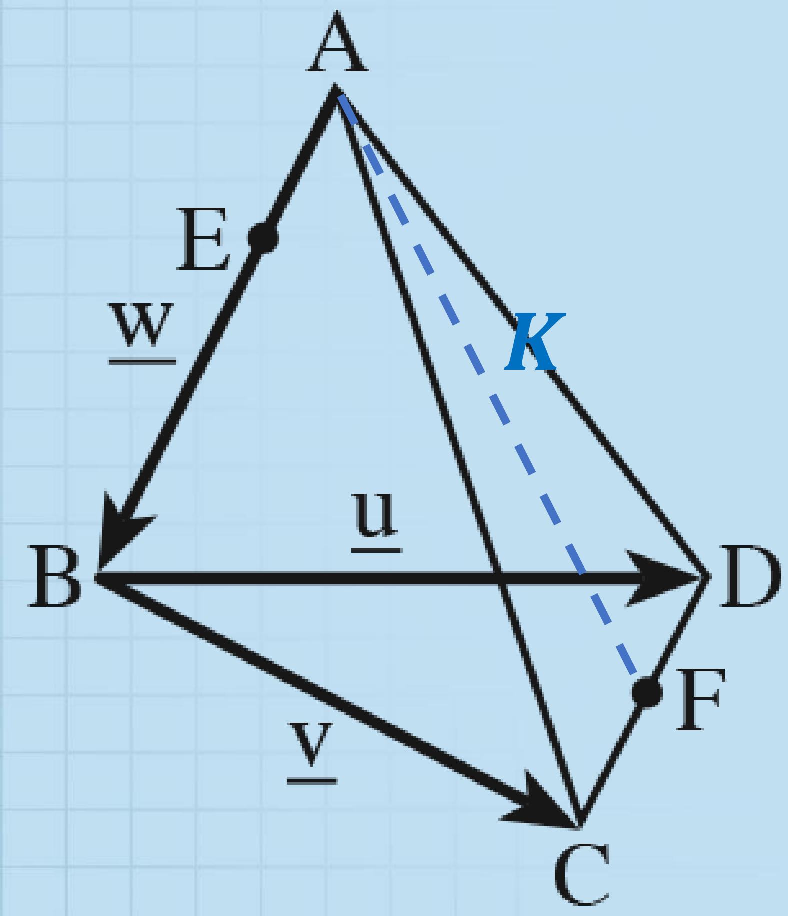
ב. מה צריך להיות הערך של t כדי שהישר EK יקביל למישור BCD?

ג. עבור הערך של t שמצאת בסעיף ב', מצא לאיזה ישר במישור BCD יקביל אז הישר EK.

E היא נקודה המקיימת $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. AF הוא התיכון לצלע CD בפאה ACD. K היא נקודה המקיימת $\overrightarrow{AK} = t\overrightarrow{AF}$.

א. הבע את $\overrightarrow{EK}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו-t.

פתרון



נסמן את K על הישר AF (שרירותית)

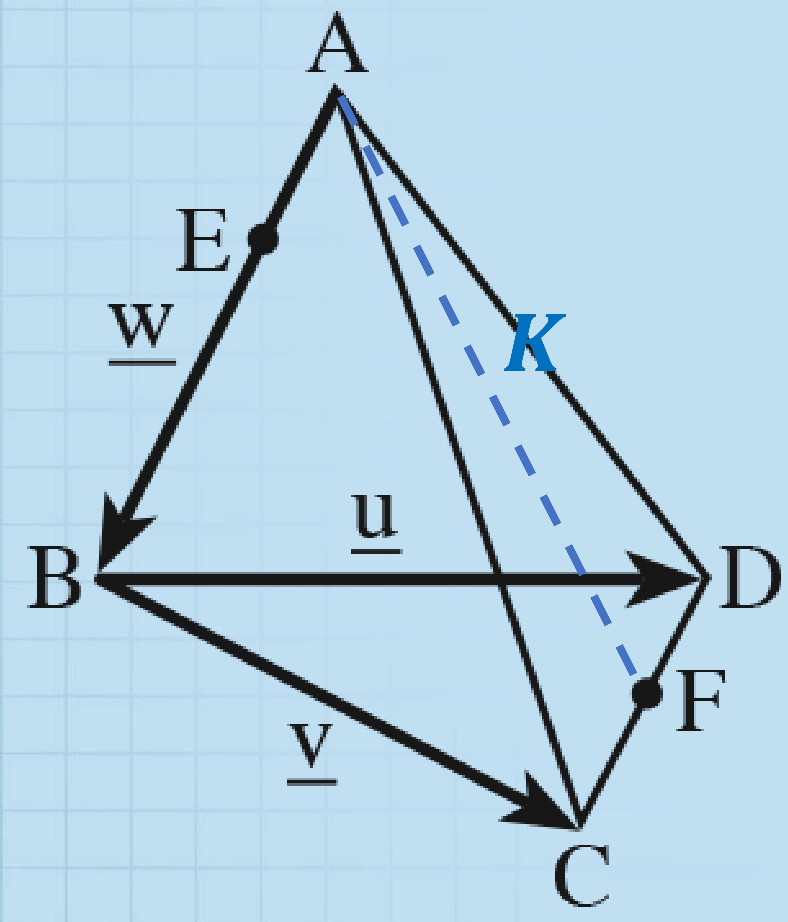
$$\overrightarrow{EK} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AK}$$

$$= -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AF} = -\frac{1}{3}\underline{w} + t\overrightarrow{AF}$$

E היא נקודה המקיימת $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. AF הוא התיכון לצלע CD בפאה ACD. K היא נקודה המקיימת $\overrightarrow{AK} = t\overrightarrow{AF}$.

א. הבע את $\overrightarrow{EK}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו-t.

פתרון



$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF}$$

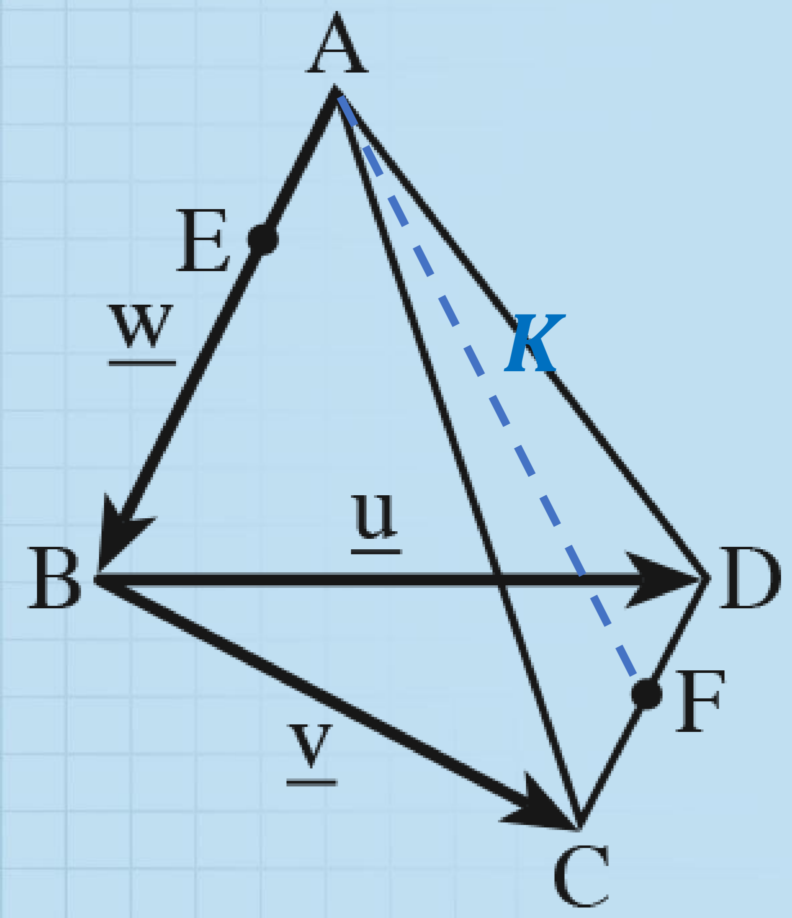
$\overrightarrow{BF}$ וקטור התיכון במשולש ΔBCD

$$\overrightarrow{AF} = \underline{w} + \frac{1}{2}\left(\underline{u} + \underline{v}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + \underline{w}$$

E היא נקודה המקיימת $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. AF הוא התיכון לצלע CD בפאה ACD. K היא נקודה המקיימת $\overrightarrow{AK}=t\overrightarrow{AF}$. א. הבע את $\overrightarrow{EK}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו-t.

פתרון



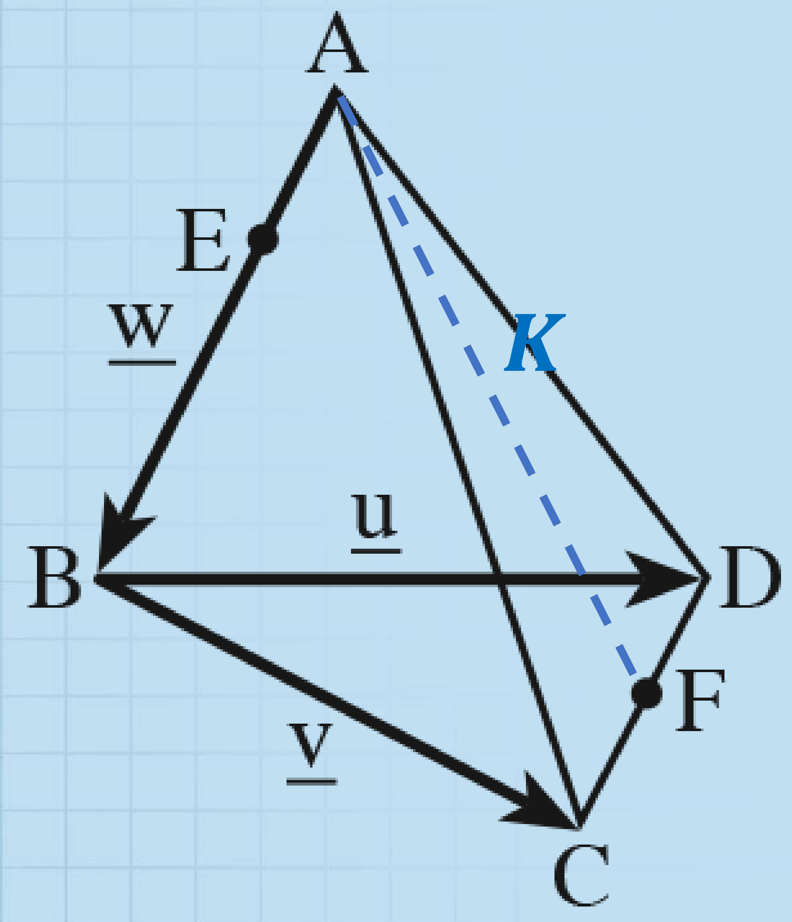
$$\overrightarrow{EK}=-\frac{1}{3}\underline{w}+t\overrightarrow{AF}$$

$$=-\frac{1}{3}\underline{w}+t\left(\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}+\underline{w}\right)$$

$$\overrightarrow{EK}=\frac{t}{2}\underline{u}+\frac{t}{2}\underline{v}+\left(t-\frac{1}{3}\right)\underline{w}$$

ב. מה צריך להיות הערך של t כדי שהישר EK יקביל למישור BCD ?

פתרון

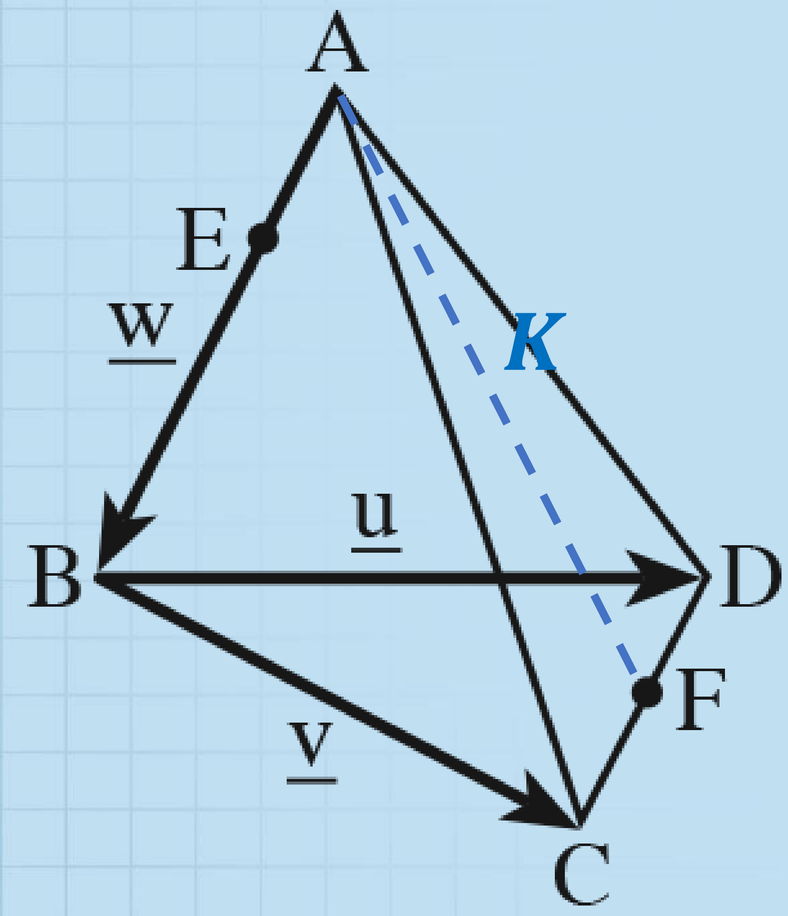


על מנת שישר יקביל למישור, עליו להיות צירוף לינארי של הווקטורים הפורשים אותו

נדרוש שהווקטור $\overrightarrow{EK}$ יהיה צירוף לינארי של $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ בלבד

ב. מה צריך להיות הערך של t כדי שהישר EK יקביל למישור BCD ?

פתרון



$$\overrightarrow{EK} = \frac{t}{2}\underline{u} + \frac{t}{2}\underline{v} + \left(t - \frac{1}{3}\right)\underline{w}$$

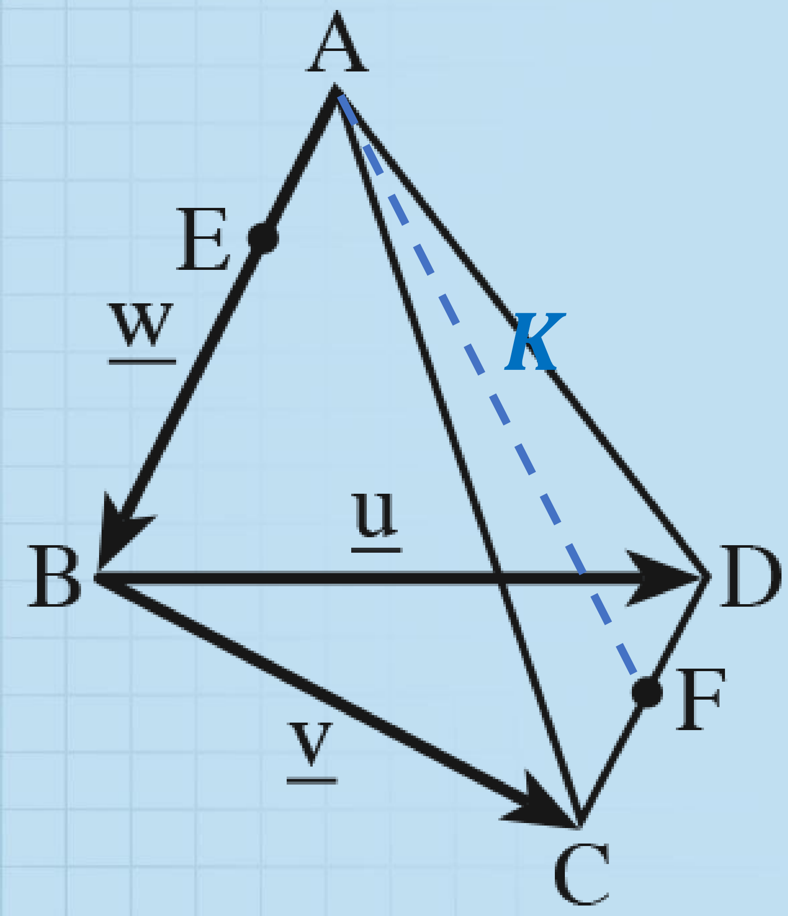
נדרוש:

$$t - \frac{1}{3} = 0$$

$$t = \frac{1}{3}$$

ג. עבור הערך של t שמצאת בסעיף ב', מצא לאיזה ישר במישור BCD יקביל אז הישר EK.

פתרון

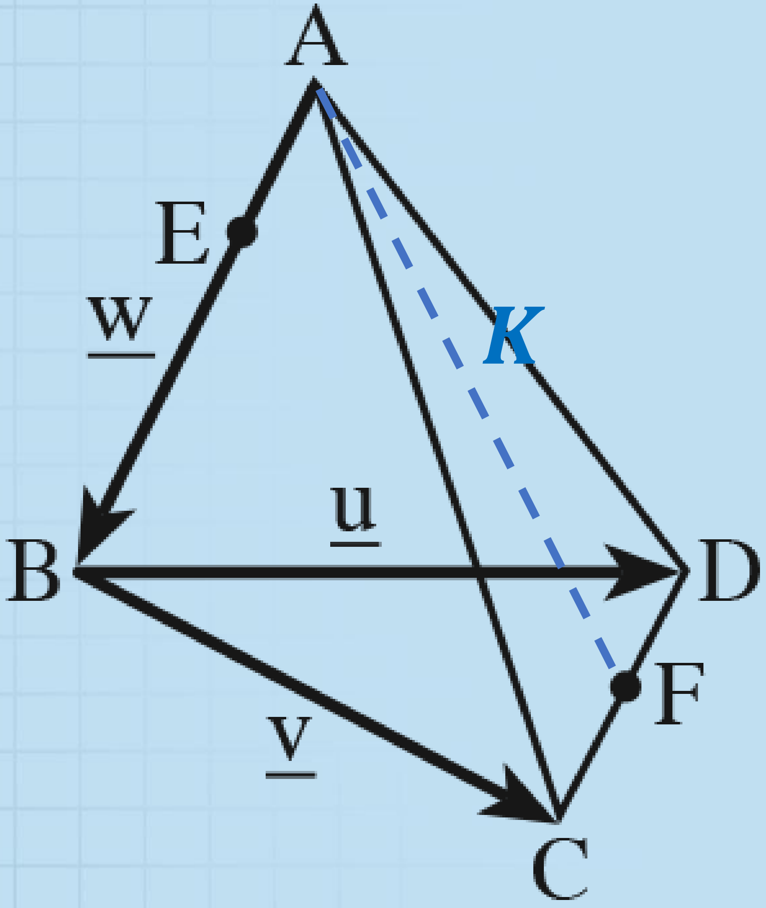


שני ישרים שאינם באותו מישור
יקבילו אם הם מהווים צירוף ליניארי
האחד של השני

$$\overrightarrow{EK} = \frac{1}{6}\underline{u} + \frac{1}{6}\underline{v} = \frac{1}{6}(\underline{u} + \underline{v})$$

ג. עבור הערך של t שמצאת בסעיף ב', מצא לאיזה ישר במישור BCD יקביל אז הישר EK.

פתרון



$\overrightarrow{BF}$ וקטור התיכון במשולש ΔBCD

$$\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2}\left(\underline{u} + \underline{v}\right)$$

$EK \parallel BF$

בהצלחה