הקנייה

נפחים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–2

581 , עמ' 443

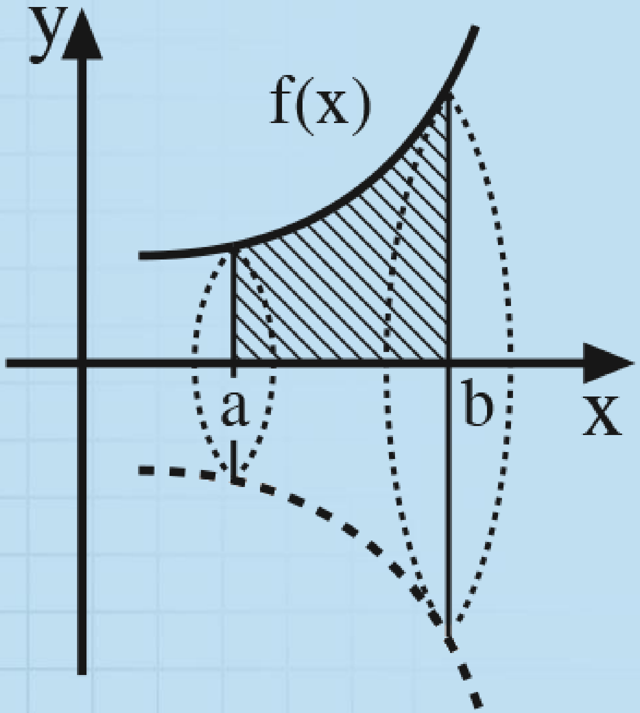
המצגת נערכה ע"י אבי בן נעים

כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

הקנייה

נפחים – פולינומים, פונקציות רציונאליות, פונקציות עם שורשים

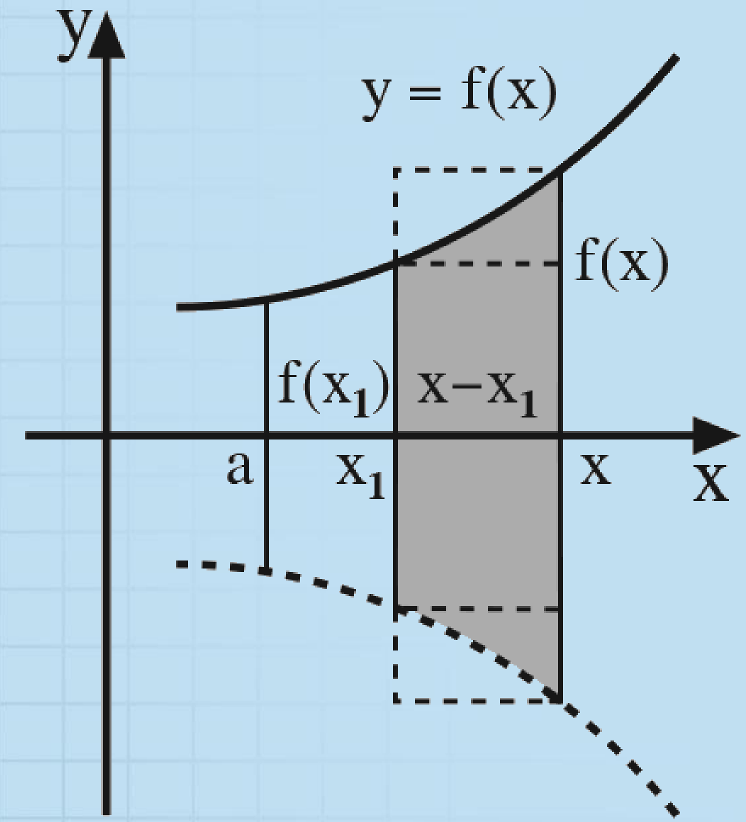
חישוב נפח של גוף סיבוב



$$V = \pi\int_a^b (f(x))^2\,dx$$

הקנייה

אם השטח המוגבל ע"י הגרף של $f(x)$, ציר ה-x ושני ישרים שמאונכים לציר ה-x והעוברים דרך הנקודות $(a,0)$ ו-$(x,0)$ מסתובב סביב ציר ה-x נוצר גוף סיבוב.



$$V_{\text{גליל}} = \pi R^2 h$$

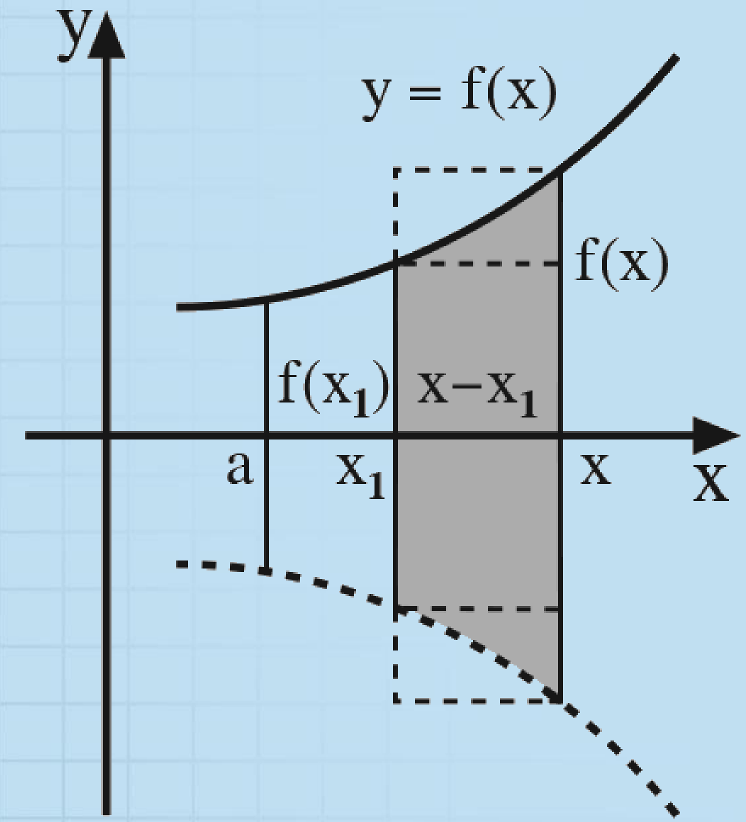
$$h = x - x_1 \qquad r = f(x_1) \qquad R = f(x)$$

$$V_{\text{קטן}} = \pi\left(f(x_1)\right)^2 (x - x_1)$$

$$V_{\text{גדול}} = \pi\left(f(x)\right)^2 (x - x_1)$$

הקנייה

$$\pi f^2(x_1)(x-x_1) \le V(x)-V(x_1) \le \pi f^2(x)(x-x_1)$$



$$\pi f^2(x_1) \le \frac{V(x)-V(x_1)}{x-x_1} \le \pi f^2(x)$$

$$\boxed{V'(x_1)}$$

$$V'(x_1) = \pi\left(f(x_1)\right)^2$$

נגזרת פונקציית הנפח V שווה לפונקציה πf^2

הקנייה

חישוב הנפח – נפח גוף הסיבוב הנוצר מסיבוב סביב ציר ה-x של השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה $f(x)$, הישרים $x = a$, $x = b$ וציר ה-x שווה לאינטגרל המסויים:

$$V = \pi\int_a^b (f(x))^2\,dx$$

א) כמו במקרה של שטחים, גם כאן אין חשיבות אם השטח המסתובב סביב ציר ה-x מוגבל ע"י ישרים המאונכים לציר ה-x או ע"י נקודות חיתוך.

ב) הנוסחה נשארת נכונה גם אם גרף הפונקציה $f(x)$ עובר מתחת לציר ה-x וזאת משום שאין חשיבות אם גוף הסיבוב נוצר ע"י סיבוב שטח הנמצא מעל ציר ה-x או מתחת לציר ה-x.

ג) אם גרף הפונקציה חותך את ציר ה-x **בשלוש נקודות** (או יותר) אז כדי לחשב את נפח גוף הסיבוב הנוצר (מסיבוב ציר ה-x של השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה וציר ה-x) ניתן להסתפק **באינטגרל אחד** (שגבולותיו הן נקודות החיתוך הקיצוניות)

בהצלחה