פתרון תרגיל

שטחים – מציאת אינטגרל ע"י זיהוי הנגזרת החיצונית והפנימית

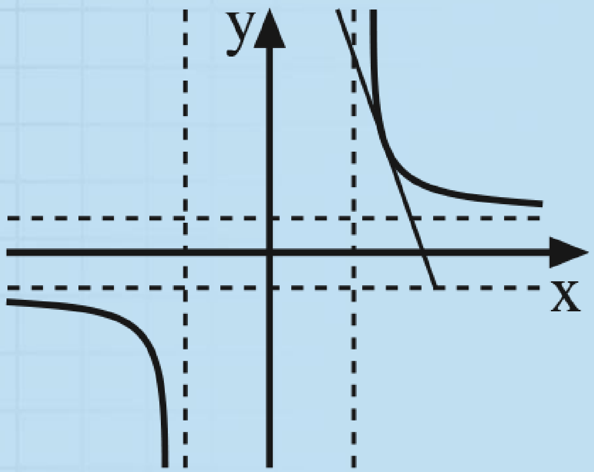
מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–2

581 , עמ' 431, ת. 5

המצגת נערכה ע"י אבי בן נעים

השאלה

5) בציור מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-3}}$.



א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה.

ג. בנקודה על גרף הפונקציה שנמצאת ברביע הראשון מעבירים משיק לגרף הפונקציה. המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה $(\frac{8}{3}, 0)$. מצא את משוואת המשיק.

ד. חשב את השטח שמוגבל בין המשיק, גרף הפונקציה, ציר ה-x והישר $x = \sqrt{12}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

פתרון

$$x^2 - 3 > 0$$

$$\boxed{x > \sqrt{3}}$$

$$\boxed{x < -\sqrt{3}}$$

ב. מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה.

פתרון

$$\boxed{x = \sqrt{3}}$$

$$\boxed{x = -\sqrt{3}}$$

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 3}}$$

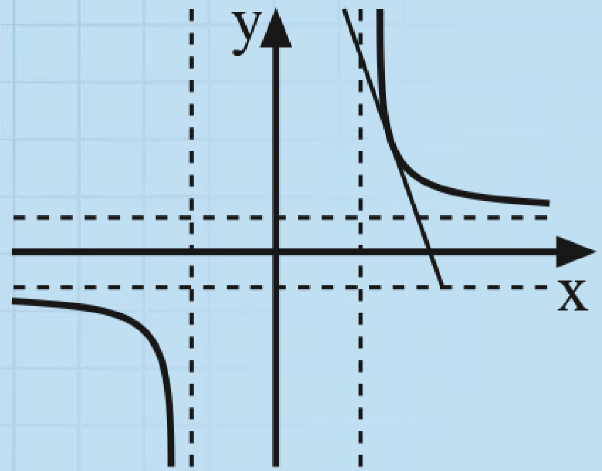
$$f(x) = \frac{\frac{x}{x}}{\frac{\sqrt{x^2 - 3}}{x}}$$

$$\boxed{y = 1}$$

$$\boxed{y = -1}$$

ג. בנקודה על גרף הפונקציה שנמצאת ברביע הראשון מעבירים משיק לגרף הפונקציה. המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה $(\frac{8}{3},0)$. מצא את משוואת המשיק.

פתרון



$$f'(x)=\frac{\sqrt{x^2-3}-\frac{2x}{2\sqrt{x^2-3}}\cdot x}{\left(\sqrt{x^2-3}\right)^2}$$

$$f'(x)=\frac{\frac{x^2-3-x^2}{\sqrt{x^2-3}}}{x^2-3}=\frac{-3}{(x^2-3)\sqrt{x^2-3}}=m$$

ג.   בנקודה על גרף הפונקציה שנמצאת ברביע הראשון מעבירים משיק לגרף הפונקציה. המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה $(\frac{8}{3},0)$.   מצא את משוואת המשיק.

פתרון

$$\frac{x}{\cancel{\sqrt{x^2-3}}}-0=\frac{-3}{(x^2-3)\cancel{\sqrt{x^2-3}}}\left(x-\frac{8}{3}\right)$$

$$x^3-3x=-3x+8 \qquad x=2 \qquad f(2)=\frac{2}{\sqrt{2^2-3}}=2$$

ג. בנקודה על גרף הפונקציה שנמצאת ברביע הראשון מעבירים משיק לגרף הפונקציה. המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה $(\frac{8}{3},0)$. מצא את משוואת המשיק.

פתרון

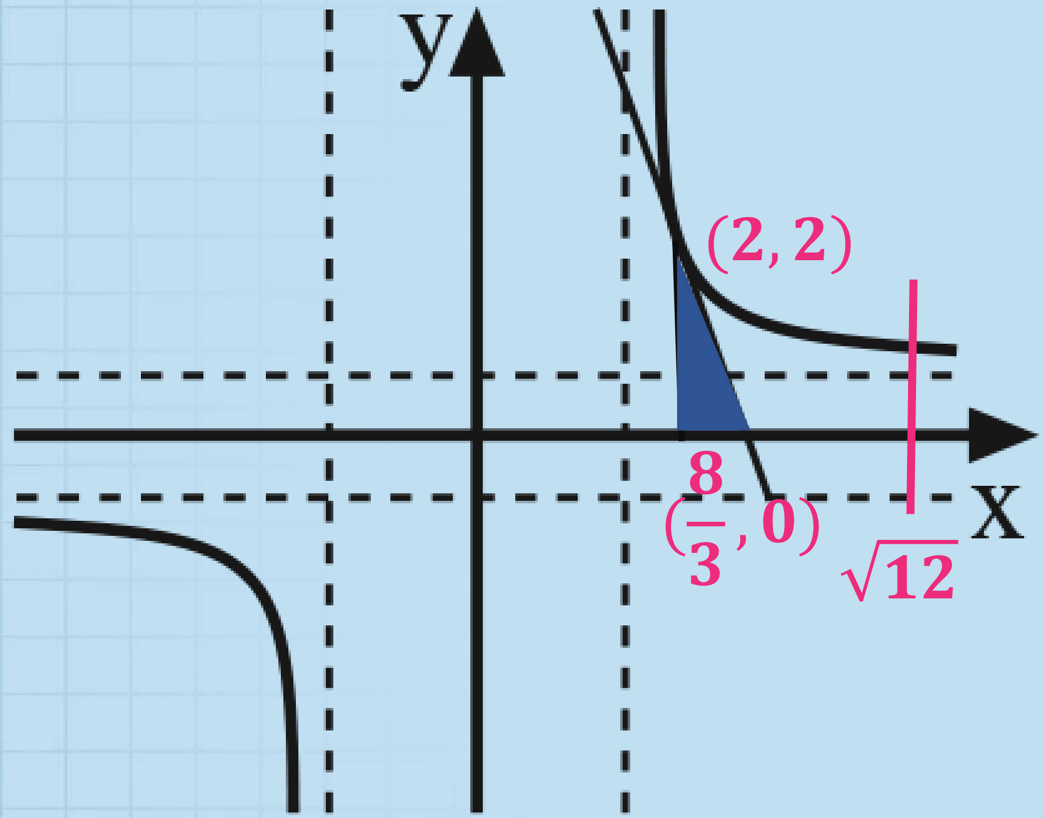
$$m=\frac{-3}{(2^2-3)\sqrt{2^2-3}}=-3$$

$$y-0=-3\left(x-\frac{8}{3}\right)$$

$$\boxed{y=-3x+8}$$

ד. חשב את השטח שמוגבל בין המשיק, גרף הפונקציה, ציר ה-x והישר $x = \sqrt{12}$.

פתרון



$$S - S_\Delta = \int_2^{\sqrt{12}} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2-3}}\right)dx - \frac{2\cdot\frac{2}{3}}{2}$$

$$\left[\sqrt{x^2-3}\right]_2^{\sqrt{12}} - \frac{2}{3} = 3 - 1 - \frac{2}{3}$$

$$\boxed{S = \frac{4}{3}}$$

בהצלחה