פתרון תרגיל

שטחים – פונקציות עם שורשים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–2

581 , עמ' 419, ת. 11

המצגת נערכה ע"י אבי בן נעים
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

השאלה

11) נתונה הפונקציה $f(x) = x + \frac{2}{\sqrt{x}}$.

א. מצא את נקודת הקיצון ואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.

ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. דרך נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ מעבירים אנך לציר ה-x. השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $f(x)$, האנך הנ"ל, הישר $x = a$ (שנמצא מימין לאנך הנ"ל) וציר ה-x הוא $a^2 - 4\frac{1}{2}$. מצא את a.

ד. $F(x)$ היא פונקציה קדומה של $f(x)$. נסמן ב-x_1 את שיעור ה-x של נקודת הפיתול של $F(x)$. נתון: $F(x_1) = 2\frac{1}{2}$. חשב את $F(a)$. (ה-a הוא זה שמצאת בסעיף ג', אין צורך למצוא את $F(x)$).

א. מצא את נקודת הקיצון ואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.

פתרון

$$f'(x) = 1 + \frac{-2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x})^2}$$

$$1 - \frac{1}{x\sqrt{x}} = 0$$

$$x = 1$$

$$f(1) = 1 + \frac{2}{\sqrt{1}} = 3$$

$$\boxed{(1,3)}$$

$$\sqrt{x} \neq 0$$

$$\boxed{x = 0}$$

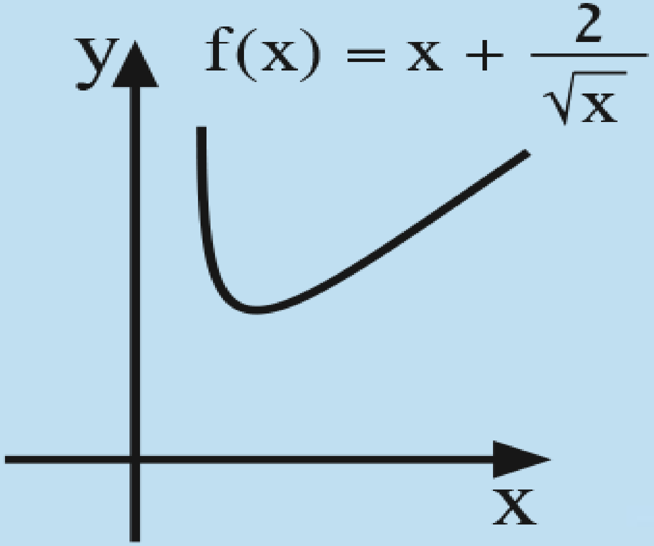
ב.   שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

פתרון

$$f''(x) = -\frac{-\left(1\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot x\right)}{(x\sqrt{x})^2} \qquad f''(X) = \frac{\left(1\sqrt{1} + \frac{1}{2\sqrt{1}}\cdot 1\right)}{\left(1\sqrt{1}\right)^2} > 0$$ מינימום

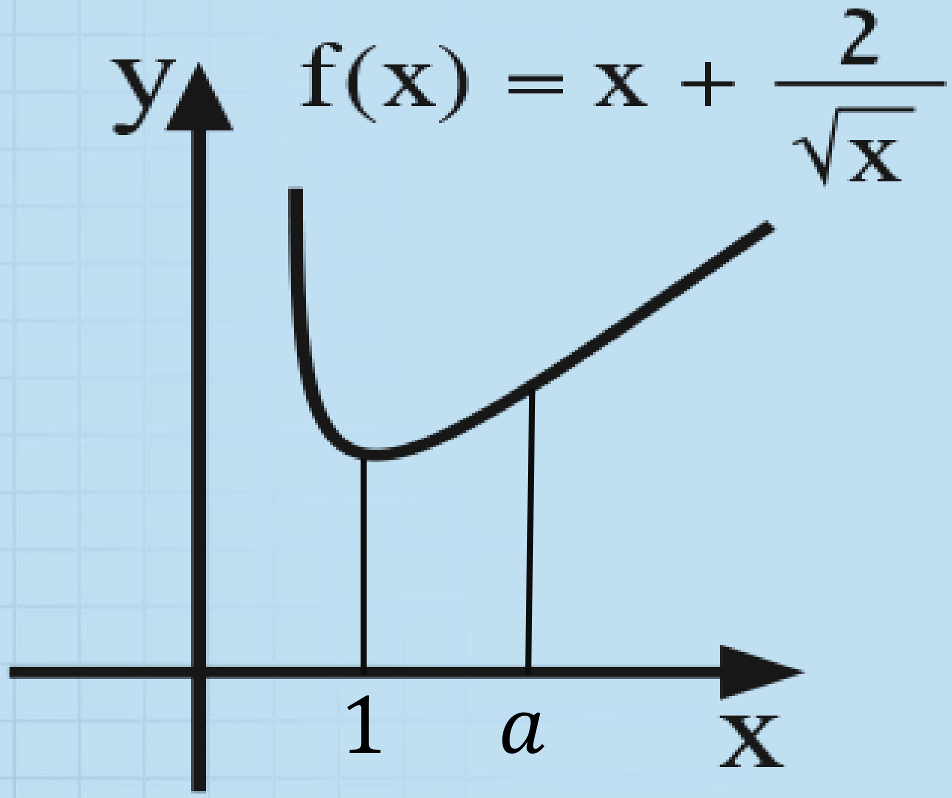
$$x \neq 0$$

$$x > 0$$



ג. דרך נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ מעבירים אנך לציר ה-x. השטח המוגבל בין
גרף הפונקציה $f(x)$, האנך הנ"ל, הישר $x = a$ (שנמצא מימין לאנך הנ"ל) וציר ה-x
הוא $a^2-4\frac{1}{2}$. מצא את a.

פתרון



$$S = \int_1^a \left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right) dx = \left[\frac{x^2}{2} + 4\sqrt{x}\right]_1^a$$

$$= \left(\frac{a^2}{2} + 4\sqrt{a}\right) - \left(\frac{1^2}{2} + 4\sqrt{1}\right)$$

$$\frac{a^2}{2} + 4\sqrt{a} - 4.5 = a^2 - 4.5$$

ג. דרך נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ מעבירים אנך לציר ה-x. השטח המוגבל בין
גרף הפונקציה $f(x)$, האנך הנ"ל, הישר $x = a$ (שנמצא מימין לאנך הנ"ל) וציר ה-x
הוא $a^2 - 4\frac{1}{2}$. מצא את a.

פתרון

$$4\sqrt{a} = \frac{a^2}{2}$$

$$64a = a^4$$

$$\cancel{a = 0} \qquad \boxed{a = 4}$$

$$S = a^2 - 4.5 = 16 - 4.5 = 11.5$$

ד. $F(x)$ היא פונקציה קדומה של $f(x)$. נסמן ב-x_1 את שיעור ה-x של נקודת הפיתול של $F(x)$. נתון: $F(x_1) = 2\frac{1}{2}$. חשב את $F(a)$. (ה-a הוא זה שמצאת בסעיף ג',
אין צורך למצוא את $F(x)$).

פתרון

$x_1 = 1$ $\quad$ $F(1) = 2.5$ $\quad$ $F(a) = F(4)$

$$S = F(4) - F(1) = 11.5$$

$$\boxed{F(a) = 14}$$

בהצלחה