פתרון תרגיל

שטחים של מרובעים ומשולש במעגל

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–1

581 , עמ' 374, ת. 7

המצגת נערכה ע"י אבי בן נעים

הקנייה

שטחים של מרובעים ומשולש במעגל

שטח **ריבוע** שווה למכפלת הצלע בעצמה
או למחצית מכפלת אלכסון בעצמו.

$\boxed{S = a^2}$ או $\boxed{S = \frac{k^2}{2}}$

שטח **מלבן** שווה למכפלת שתי צלעות סמוכות.

$\boxed{S = a \cdot b}$

שטח **מקבילית** שווה למכפלת צלע בגובה המורד אליה.

$\boxed{S = a \cdot h_a}$

שטח **משולש** שווה למחצית מכפלת צלע בגובה המורד אליה.

$\boxed{S = \frac{a \cdot h_a}{2}}$

הקנייה

שטח **טרפז** שווה למחצית מכפלת סכום הבסיסים בגובה.

$$S = \frac{(a+b)\cdot h}{2}$$

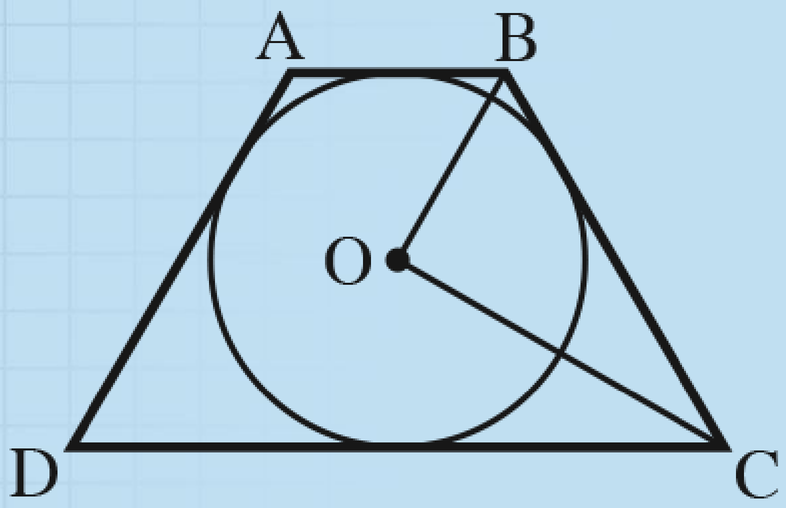
שטח **מרובע שאלכסוניו מאונכים** שווה למחצית מכפלת האלכסונים.

$$S = \frac{k_1 \cdot k_2}{2}$$

שטח **מעוין** שווה למכפלת הצלע בגובה או למחצית מכפלת האלכסונים.

$$S = a\cdot h$$ או $$S = \frac{k_1 \cdot k_2}{2}$$

השאלה



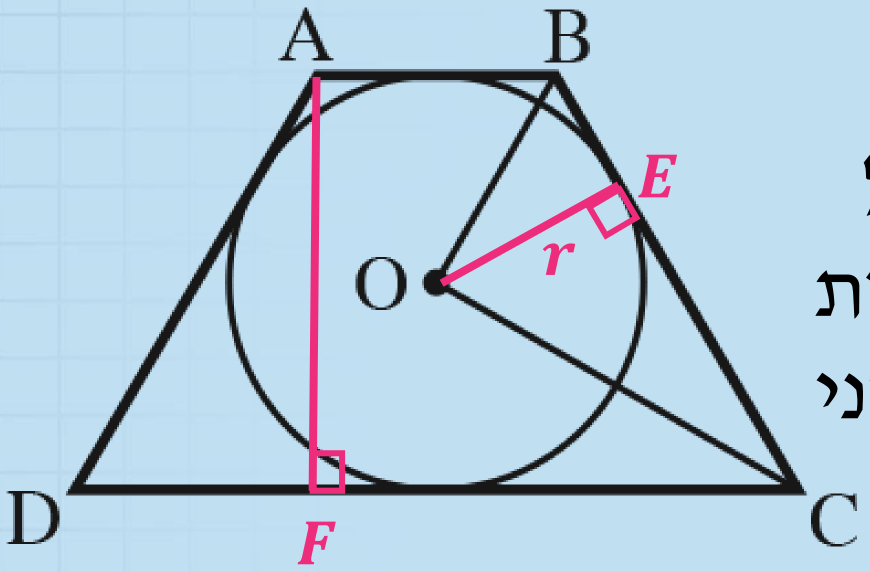
7) $ABCD$ הוא טרפז שווה שוקיים **החוסם** מעגל שמרכזו O $(AB \parallel DC)$.

א. הוכח: $S_{BOC} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$.

ב. נסמן את הבסיסים ב-a ו-b ואת רדיוס המעגל ב-r. הוכח: $BO \cdot CO = \frac{a+b}{2} \cdot r$.

א. הוכח: $S_{BOC} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$.

פתרון



$$OE = r$$

במרובע חוסם מעגל
סכום זוג צלעות נגדיות
שווה לסכום הזוג השני

$$S_{BOC} = \frac{BC \cdot r}{2}$$

$$BC + AD = AB + DC$$

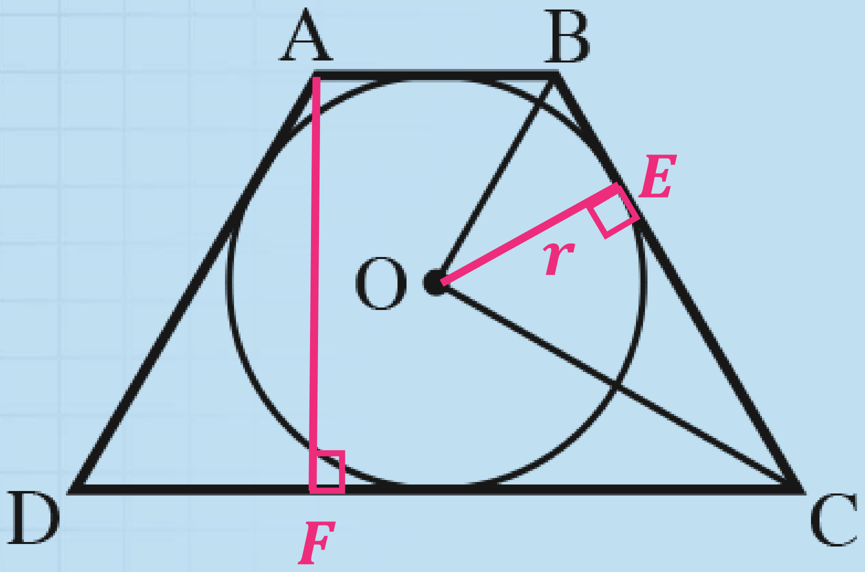
$$2BC = AB + DC$$

$$BC = \frac{AB + DC}{2}$$

$$AF = 2r$$

א. הוכח: $S_{BOC} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$.

פתרון



$$S_{BOC} = \frac{BC \cdot r}{2}$$

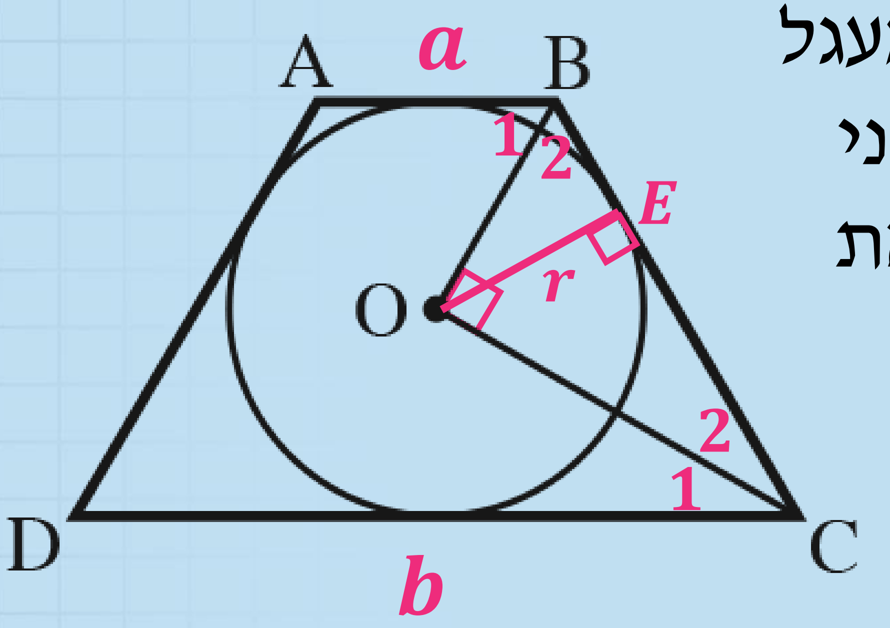
$$S_{ABCD} = \frac{(AB + DC)2r}{2} = \mathrm{BC} \cdot 2r$$

$$\frac{S_{BOC}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{BC \cdot r}{2}}{\mathrm{BC} \cdot 2r} = \frac{1}{4}$$

$$\boxed{S_{BOC} = \frac{1}{4} S_{ABCD}}$$

ב. נסמן את הבסיסים ב-a ו-b ואת רדיוס המעגל ב-r. הוכח: $BO \cdot CO = \frac{a+b}{2} \cdot r$.

פתרון



קטע המחבר את מרכז המעגל לנקודה ממנה יוצאים שני משיקים למעגל, חוצה את הזוית שבין המשיקים

$$\sphericalangle B_1 = \sphericalangle B_2$$
$$\sphericalangle C_1 = \sphericalangle C_2$$

סכום זויות חד צדדיות בין מקבילים

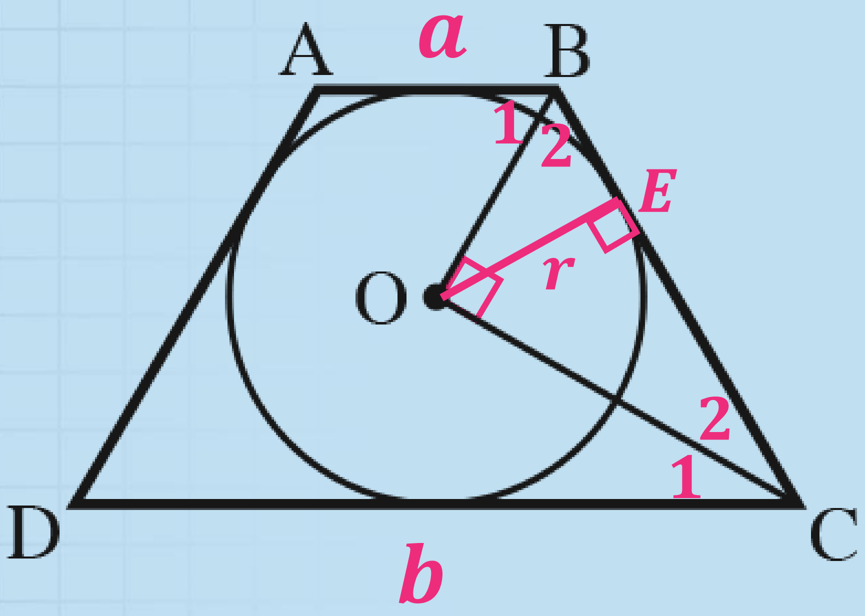
$$\sphericalangle B + \sphericalangle C = 180°$$

$$\sphericalangle B_2 + \sphericalangle C_2 = 90°$$

$$\sphericalangle BOC = 90°$$

ב. נסמן את הבסיסים ב-a ו-b ואת רדיוס המעגל ב-r. הוכח: $BO \cdot CO = \frac{a+b}{2} \cdot r$.

פתרון



$$S_{BOC} = \frac{BO \cdot CO}{2} = \frac{BC \cdot r}{2}$$

$$BC = \frac{AB + DC}{2} = \frac{a+b}{2}$$

$$\boxed{BO \cdot CO = \frac{a+b}{2} \cdot r}$$

בהצלחה