תרגיל לדוגמה

סדרה הניתנת לפירוק לשברים חלקיים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–1

581 , עמ' 202, דוגמה

המצגת נערכה ע"י אבי בן נעים

תרגיל לדוגמה

דוגמא:

מצא את סכום n האיברים הראשונים של הסדרה $\frac{1}{2\cdot4}, \frac{1}{4\cdot6}, \frac{1}{6\cdot8}, \ldots$. המכנה של האיבר הכללי הוא מכפלה של איבר מסדרה חשבונית אחת ואיבר מסדרה חשבונית שנייה.

$4, 6, 8 \ldots$

$a_1 = 4$

$d = 2$

$a_n = 4 + (n-1)2 = 2n + 2$

$2, 4, 6 \ldots$

$a_1 = 2$

$d = 2$

$a_n = 2 + (n-1)2 = 2n$

תרגיל לדוגמה

$$a_n = \frac{1}{2n(2n+2)}$$

$$\frac{1}{2n(2n+2)} = \frac{a}{2n} + \frac{b}{2n+2}$$

$$1 = 2na + 2a + 2nb$$

$$n = 1 \qquad 1 = 4a + 2b$$

$$n = 2 \qquad 1 = 6a + 4b$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$b = -\frac{1}{2}$$

תרגיל לדוגמה

$$\frac{1}{2n(2n+2)} = \frac{1}{4n} - \frac{1}{4n+4}$$

$$S_n = \left(\frac{1}{4} - \cancel{\frac{1}{8}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{8}} - \cancel{\frac{1}{12}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{12}} - \frac{1}{16}\right) + \cancel{\ldots} + \left(\cancel{\frac{1}{4n}} - \frac{1}{4n+4}\right)$$

$$\boxed{S_n = \frac{1}{4} - \frac{1}{4n+4} = \frac{n}{4n+4}}$$

תרגיל לדוגמה

הערות:

א) ייתכן שלאחר החיבור והחיסור של האיברים לסירוגין יישארו **יותר** משני איברים כמו שנשארו בדוגמא שהבאנו. (ראה תרגילים 5 ו-9 בעמ׳ הבא).

ב) מהתוצאה שהתקבלה ניתן לראות שקיים גם סכום הסדרה האינסופית $\frac{1}{2\cdot4}, \frac{1}{4\cdot6}, \frac{1}{6\cdot8}, \dots$. כי $S_n = \frac{1}{4} - \frac{1}{4n+4}$ והביטוי $\frac{1}{4n+4}$ שואף לאפס כאשר n שואף לאינסוף, מכאן נקבל $S = \frac{1}{4}$.

בהצלחה