פתרון תרגיל

תרגילי חזרה – טריגונומטריה במישור

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–1

581 , עמ' 545, ת. 25

המצגת נערכה ע"י אבי בן נעים

השאלה

25) במשולש ABC נתון: $AC = t$, $AB = 2t$, $BC = kt$.

א. מצא לאילו ערכי k המשולש ABC הוא קהה זוית.

ב. הבע את אורך חוצה הזוית BAC באמצעות t כאשר $k = \sqrt{7}$.

א. מצא לאילו ערכי k המשולש ABC הוא קהה זוית.

פתרון

נתונות 3 צלעות ⟵ משפט הקוסינוסים

מול הצלע הגדולה במשולש נמצאת הזוית הגדולה

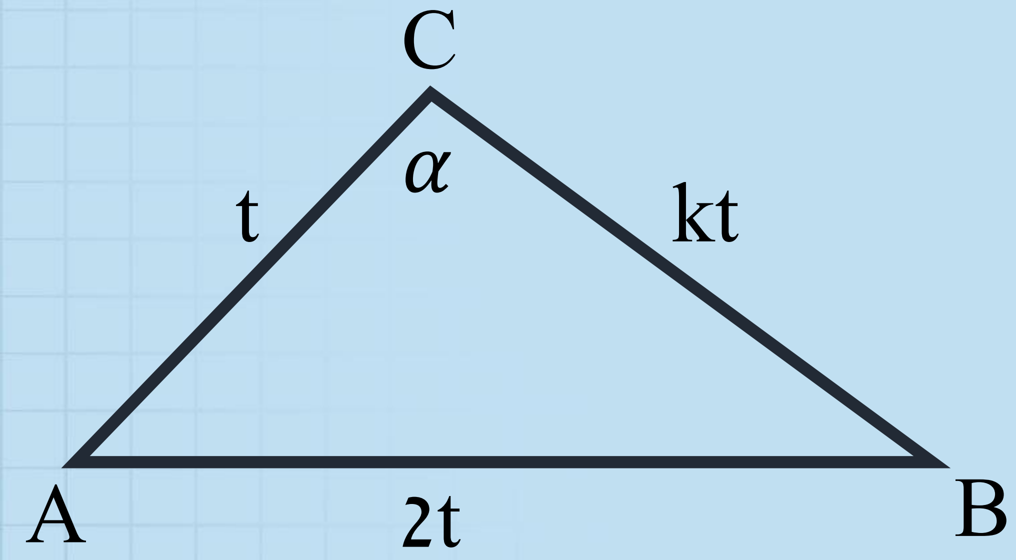
לכן נבדיל בין 2 מצבים :

- $1 > k > 2$ ואז $2t$ היא הצלע הגדולה ביותר
- $k > 2$ ואז kt היא הצלע הגדולה ביותר

א. מצא לאילו ערכי k המשולש ABC הוא קהה זווית.

פתרון

$$1 < k < 2$$



$$(2t)^2 = t^2 + (kt)^2 - 2 \cdot t \cdot kt \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{t^2 + (kt)^2 - (2t)^2}{2 \cdot t \cdot kt}$$

$$\cos \alpha = \frac{k^2 - 3}{2}$$

אם α זווית קהה

$$-1 < \cos \alpha < 0$$

א. מצא לאילו ערכי k המשולש ABC הוא קהה זוית.

פתרון

$$-1 < \frac{k^2-3}{2} < 0$$

$$1 < k < 2$$

$$-1 < \frac{k^2-3}{2} \Rightarrow 1 < k^2 \Rightarrow 1 < k$$

$$\cancel{-1 > k}$$

וגם

$$\frac{k^2-3}{2} < 0 \Rightarrow k^2 < 3 \Rightarrow \cancel{-\sqrt{3}} < k < \sqrt{3}$$

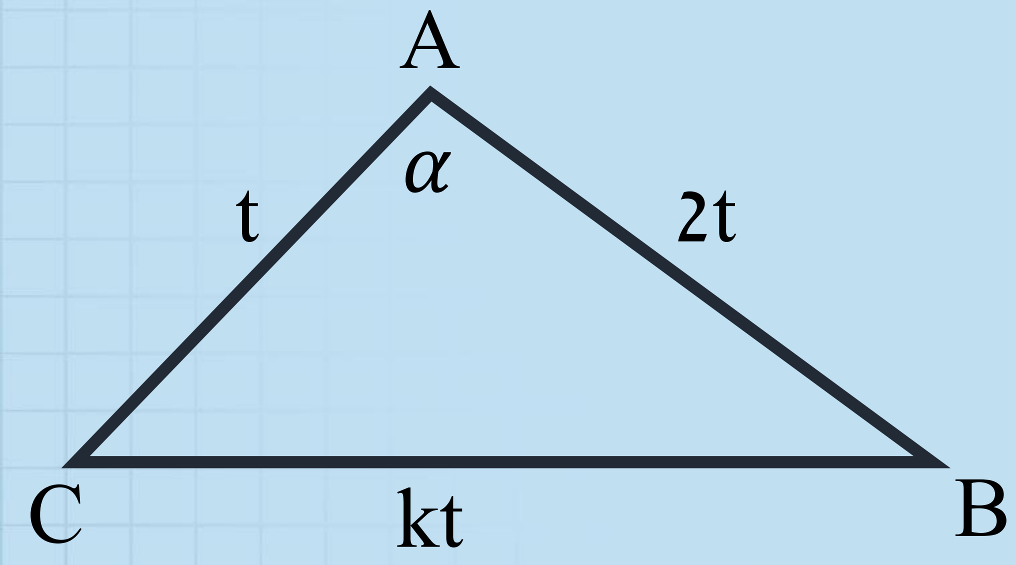
$$1 < k < \sqrt{3}$$

$$\boxed{1 < k < \sqrt{3}}$$

א. מצא לאילו ערכי k המשולש ABC הוא קהה זוית.

פתרון

$2 < k$



$$(kt)^2 = t^2 + (2t)^2 - 2 \cdot t \cdot 2t \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{t^2 + (2t)^2 - (kt)^2}{2 \cdot t \cdot 2t}$$

$$\cos \alpha = \frac{5 - k^2}{4}$$

אם α זוית קהה

$$-1 < \cos \alpha < 0$$

א. מצא לאילו ערכי k המשולש ABC הוא קהה זווית.

פתרון

$$-1 < \frac{5-k^2}{4} < 0$$

$$2 < k$$

$$-1 < \frac{5-k^2}{4} \Rightarrow k^2 < 9 \Rightarrow \cancel{-3} < k < 3$$

$$2 < k < 3$$

וגם

$$\frac{5-k^2}{4} < 0 \Rightarrow k^2 > 5 \Rightarrow \cancel{-\sqrt{5}} > k$$

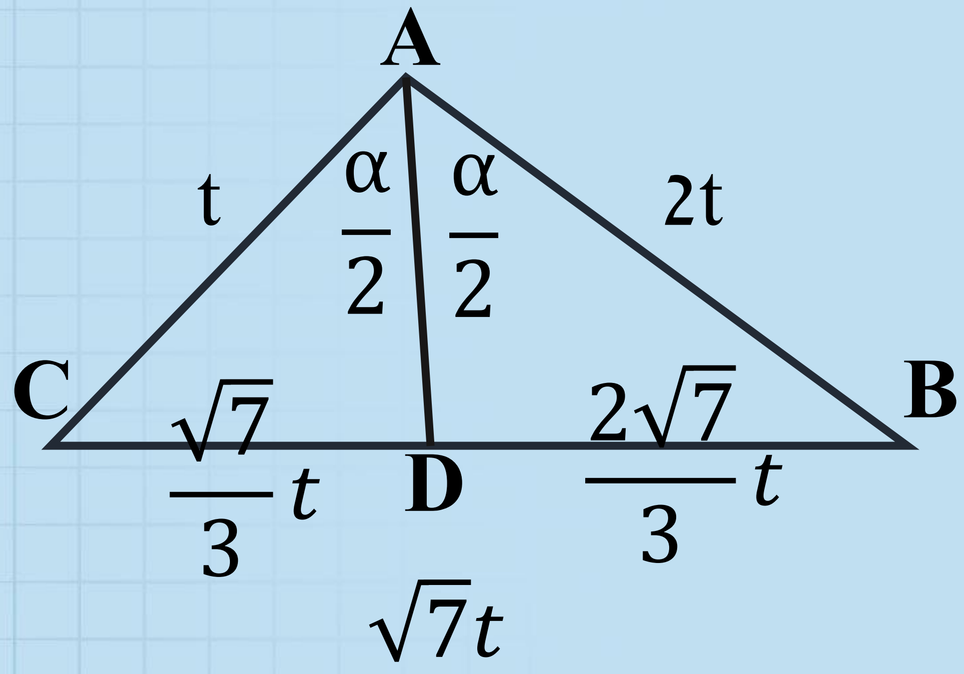
$$k > \sqrt{5}$$

$$\boxed{\sqrt{5} < k < 3}$$

ב. הבע את אורך חוצה הזוית BAC באמצעות t כאשר $k=\sqrt{7}$.

פתרון

$k=\sqrt{7}$



ΔABD:

$$\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{AD^2+(2t)^2-\left(\frac{2\sqrt{7}}{3}t\right)^2}{2\cdot 2t\cdot AD}=\frac{AD^2+\frac{8t^2}{9}}{4tAD}$$

ΔACD:

$$\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{AD^2+t^2-\left(\frac{\sqrt{7}}{3}t\right)^2}{2tAD}=\frac{AD^2+\frac{2t^2}{9}}{2tAD}$$

ב. הבע את אורך חוצה הזווית BAC באמצעות t כאשר $k=\sqrt{7}$.

פתרון

$$AD^2+\frac{8t^2}{9}=2AD^2+\frac{4t^2}{9}$$

$$\frac{AD^2+\frac{8t^2}{9}}{4tAD}=\frac{AD^2+\frac{2t^2}{9}}{2tAD}$$

$$\boxed{AD=\frac{2}{3}t}$$

$$AD^2=\frac{4t^2}{9}$$

בהצלחה