פתרון תרגיל

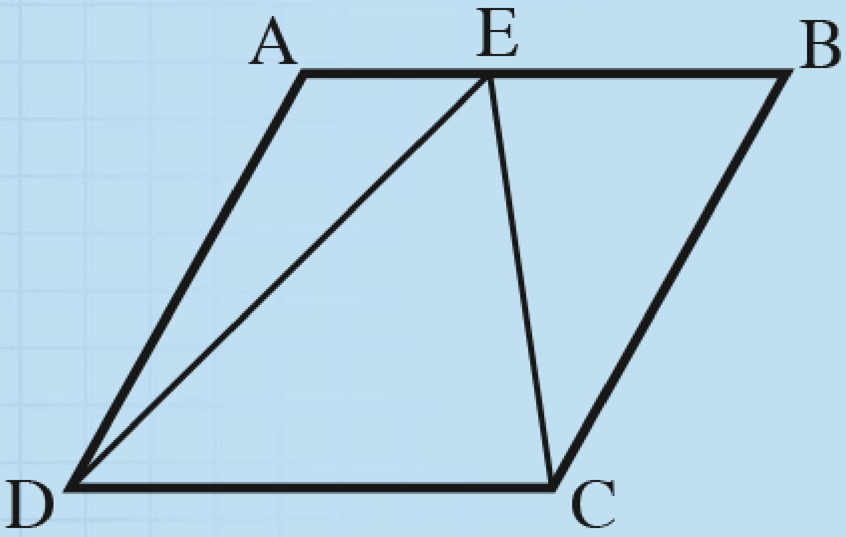
משפט הקוסינוסים – תרגילים לחזרה

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–1

581 , עמ' 531, ת. 12

המצגת נערכה ע"י אבי בן נעים

השאלה



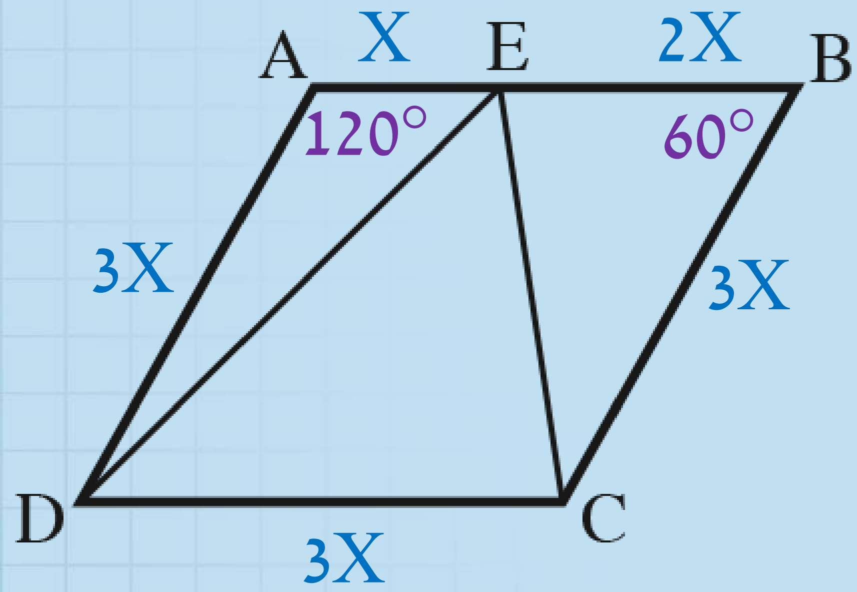
12) במעוין ABCD נתון: $\sphericalangle B = 60^{\circ}$. E היא נקודה על הצלע AB כך שמתקיים: $AE : EB = 1 : 2$.

הוכח שהיחס בין רדיוס המעגל שחוסם את המשולש CDE לצלע המעוין הוא: $\sqrt{\frac{91}{243}}$.

במעוין ABCD נתון: $\measuredangle B = 60^\circ$. E היא נקודה על הצלע AB כך שמתקיים: $AE : EB = 1 : 2$.

הוכח שהיחס בין רדיוס המעגל שחוסם את המשולש CDE לצלע המעוין הוא: $\sqrt{\frac{91}{243}}$.

פתרון



ΔEBC:

$$EC^2 = (2X)^2 + (3X)^2 - 2 \cdot 2X \cdot 3X \cdot \cos 60^\circ$$

$$EC^2 = 7X^2 \qquad EC = \sqrt{7}X$$

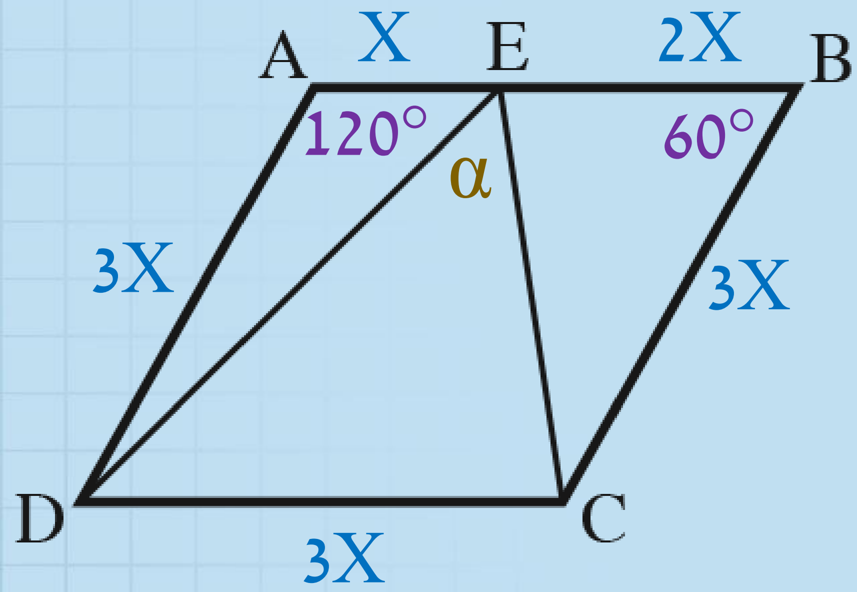
ΔEDA:

$$ED^2 = X^2 + (3X)^2 - 2 \cdot X \cdot 3X \cdot \cos 120^\circ$$

$$ED^2 = 13X^2 \qquad ED = \sqrt{13}X$$

במעוין ABCD נתון: $\measuredangle B = 60^\circ$. E היא נקודה על הצלע AB כך שמתקיים: $AE : EB = 1 : 2$.
הוכח שהיחס בין רדיוס המעגל שחוסם את המשולש CDE לצלע המעוין הוא: $\sqrt{\frac{91}{243}}$.

פתרון



$\Delta EDC:$

$$(3X)^2 = 7X^2 + 13X^2 - 2 \cdot \sqrt{7}X \cdot \sqrt{13}X \cdot \cos\alpha$$

$$2\sqrt{7}\sqrt{13}X^2 \cos\alpha = 11X^2$$

$$\cos\alpha = \frac{11}{2\sqrt{7}\sqrt{13}} = 0.576$$

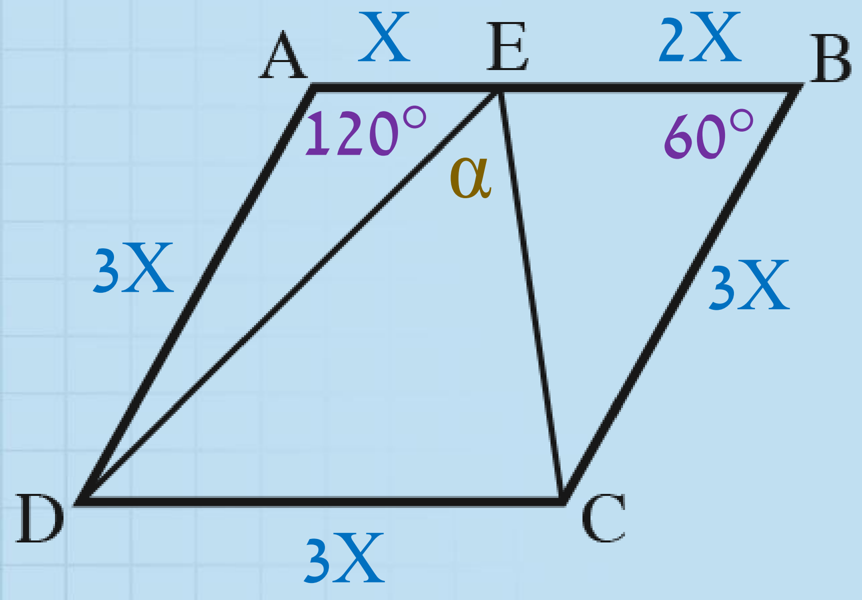
$$\alpha = 54.79^\circ$$

$$\cos\alpha = \frac{11}{2\sqrt{91}} \qquad \cos^2\alpha = \frac{121}{364}$$

במעוין ABCD נתון: $\measuredangle B = 60^\circ$. E היא נקודה על הצלע AB כך שמתקיים: $AE : EB = 1 : 2$.
הוכח שהיחס בין רדיוס המעגל שחוסם את המשולש CDE לצלע המעוין הוא: $\sqrt{\frac{91}{243}}$.

פתרון

ΔEDC:



$$\frac{3X}{\sin\alpha} = 2R$$

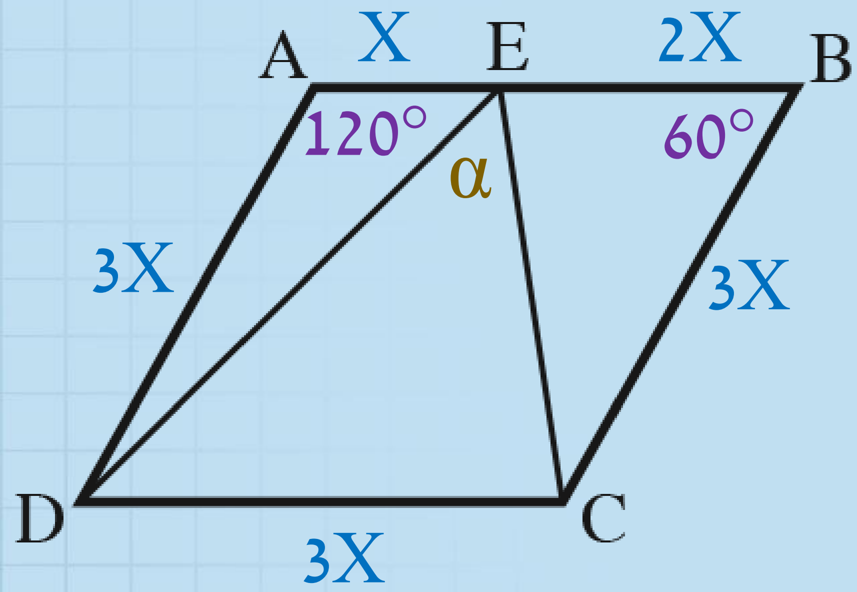
$$\frac{1}{2\sin\alpha} = \frac{R}{3X}$$

$$\cos^2\alpha = \frac{121}{364}$$

$$\sin^2\alpha = 1 - \frac{121}{364} = \frac{243}{364}$$

במעוין ABCD נתון: $\sphericalangle B = 60^{\circ}$. E היא נקודה על הצלע AB כך שמתקיים: $AE : EB = 1 : 2$.
הוכח שהיחס בין רדיוס המעגל שחוסם את המשולש CDE לצלע המעוין הוא: $\sqrt{\frac{91}{243}}$.

פתרון



$$\frac{1}{2\sin\alpha} = \frac{R}{3X}$$

$$\sin\alpha = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{243}{91}}$$

$$\frac{1}{2\cdot\frac{1}{2}\sqrt{\frac{243}{91}}} = \frac{R}{3X}$$

$$\frac{R}{3X} = \sqrt{\frac{91}{243}}$$

בהצלחה