פתרון תרגיל

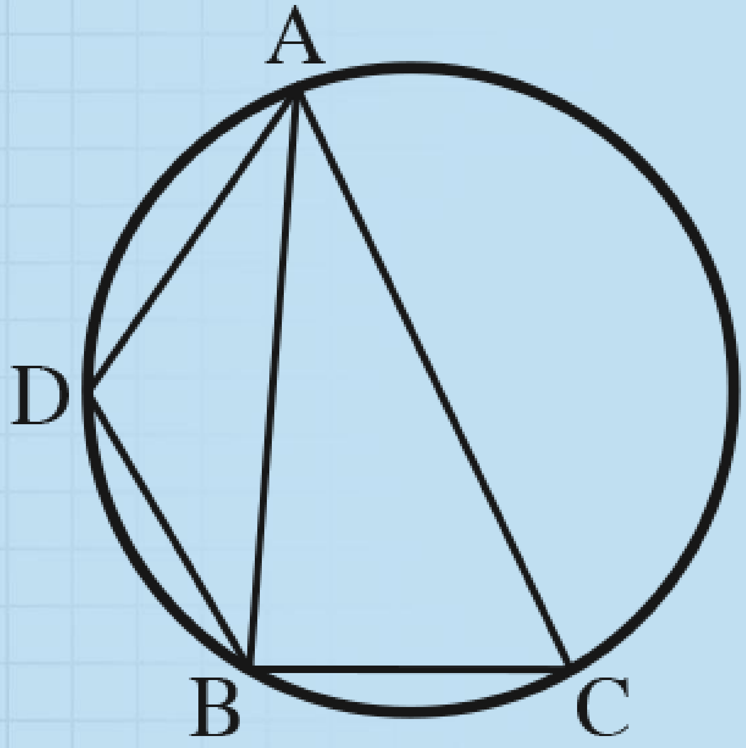
משפט הקוסינוסים – תרגילים לחזרה

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–1

581 , עמ' 530, ת. 8

המצגת נערכה ע"י אבי בן נעים
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

השאלה



8) המיתר AB חוצה את הזוית שבין המיתרים AC ו-AD. נתון: $AC = a$, $AB = b$, $AD = c$. ($a > c$, $b^2 > ac$).

א. הוכח שמתקיים: $BC = \sqrt{b^2 - ac}$.

ב. נתון גם ש-AC הוא קוטר במעגל. הוכח שמתקיים:

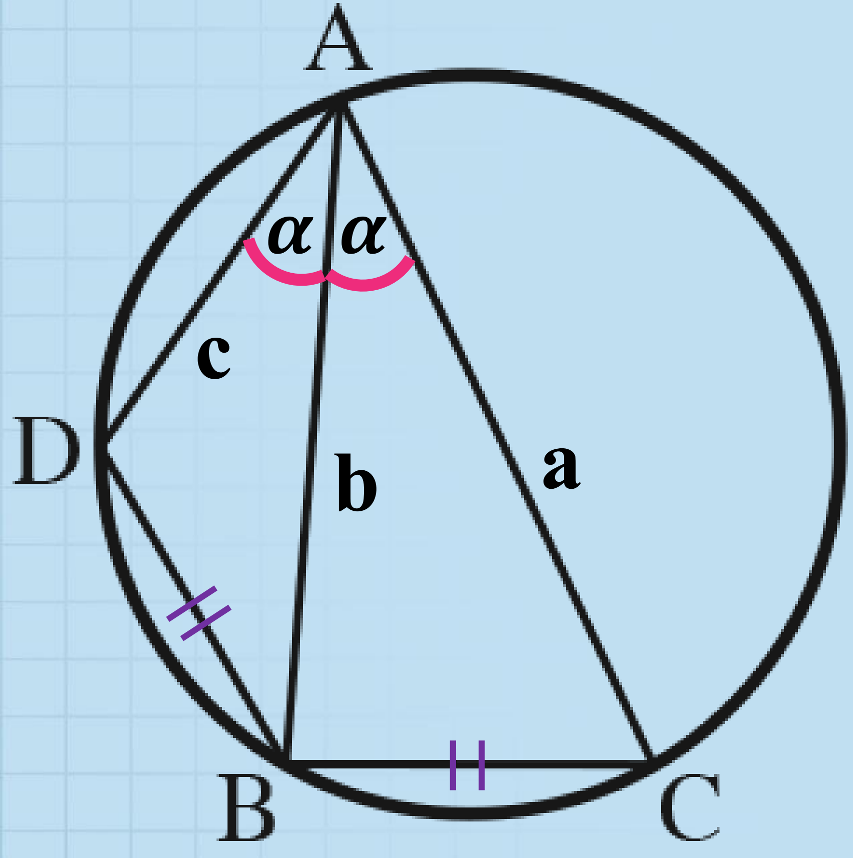
(1) $a^2 + ac = 2b^2$. (2) $\cos(\sphericalangle ADB) = -\sqrt{\frac{a-c}{2a}}$.

המיתר AB חוצה את הזוית שבין המיתרים AC ו-AD.

נתון: $AC = a$, $AB = b$, $AD = c$. ($a > c$, $b^2 > ac$). א. הוכח שמתקיים: $BC = \sqrt{b^2 - ac}$.

פתרון

$$b^2 > ac \quad a > c$$



$$BC = DB$$

ΔABC:

$$\cos\alpha = \frac{a^2 + b^2 - BC^2}{2ab}$$

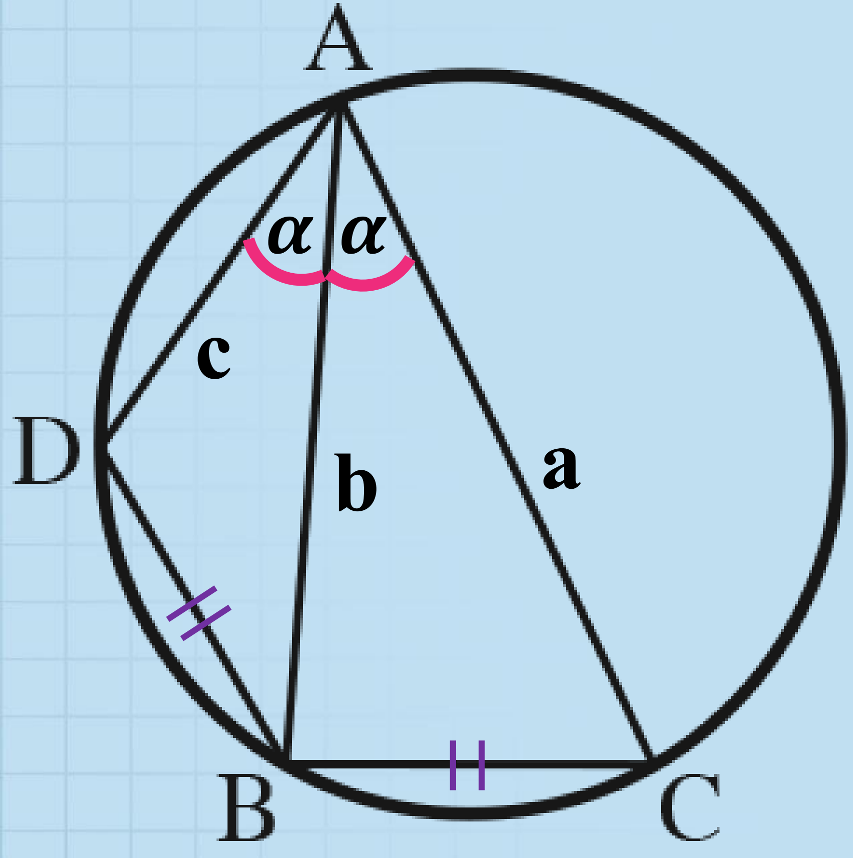
ΔABD:

$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - DB^2}{2bc}$$

המיתר AB חוצה את הזווית שבין המיתרים AC ו-AD.

נתון: $AC = a$, $AB = b$, $AD = c$. ($a > c$, $b^2 > ac$). א. הוכח שמתקיים: $BC = \sqrt{b^2 - ac}$.

פתרון



$$b^2 > ac \quad a > c$$

$$\frac{a^2 + b^2 - BC^2}{2a\cancel{b}} = \frac{b^2 + c^2 - BC^2}{2\cancel{b}c}$$

$$a^2c + b^2c - cBC^2 = b^2a + c^2a - aBC^2$$

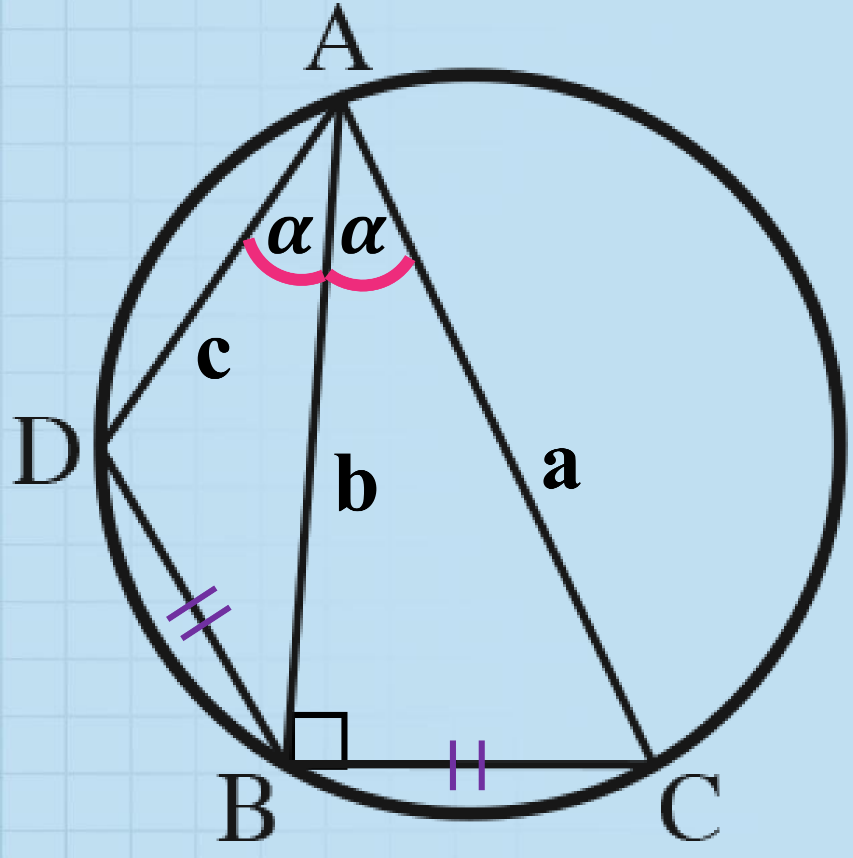
$$BC^2(a - c) = b^2(a - c) - ac(a - c)$$

$$BC^2 = b^2 - ac$$

$$BC^2 = \sqrt{b^2 - ac}$$

ב. נתון גם ש-AC הוא קוטר במעגל. הוכח שמתקיים: (1) $a^2+ac = 2b^2$. (2) $\cos(\sphericalangle ADB) = -\sqrt{\frac{a-c}{2a}}$.

פתרון



ΔABC:

$$BC^2 + b^2 = a^2$$

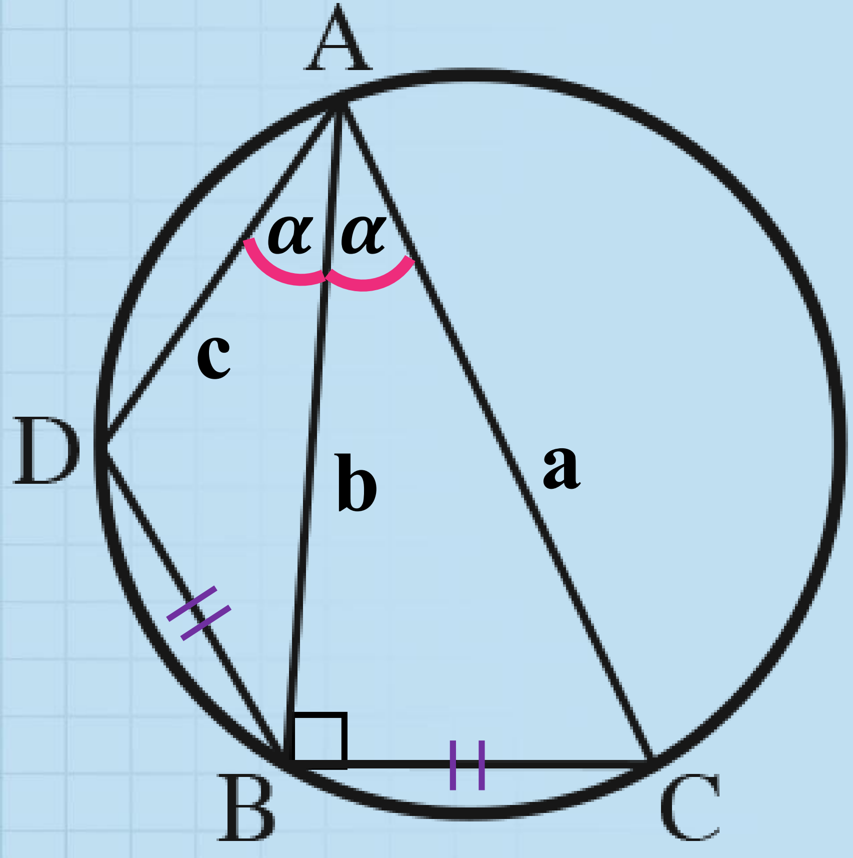
$$b^2 - ac + b^2 = a^2$$

$$\mathbf{2b^2 = a^2 + ac}$$

$$b^2 = \frac{a^2}{2} + \frac{ac}{2}$$

ב. נתון גם ש-AC הוא קוטר במעגל. הוכח שמתקיים: (1) $a^2+ac = 2b^2$. (2) $\cos(\measuredangle ADB) = -\sqrt{\frac{a-c}{2a}}$.

פתרון



ΔABD:

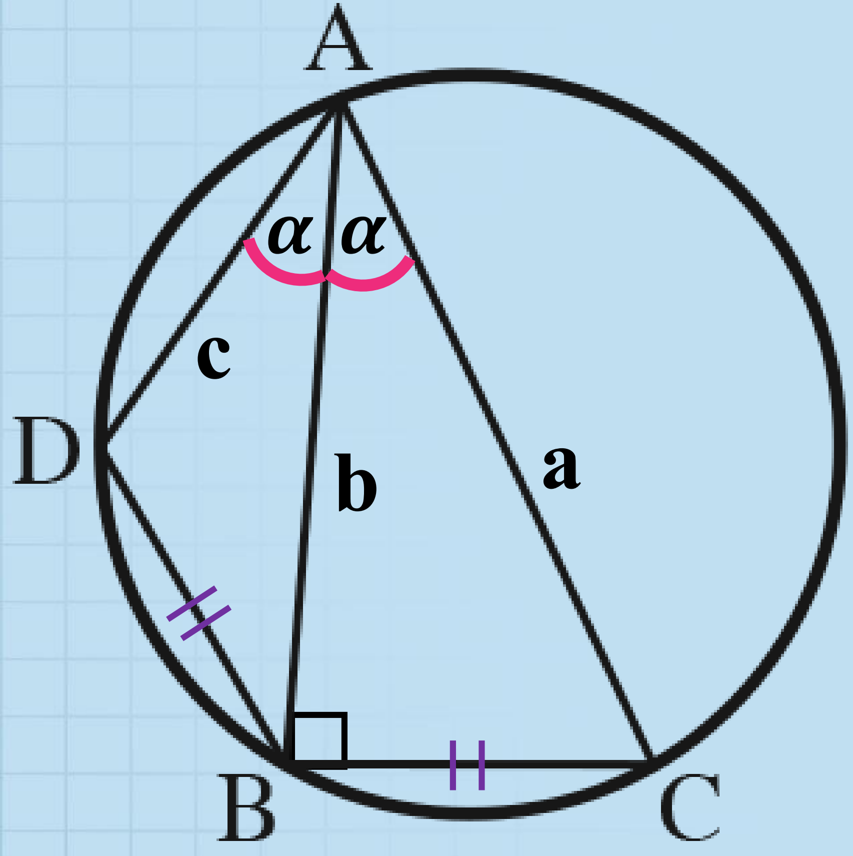
$$\cos \measuredangle ADB = \frac{c^2 + DB^2 - b^2}{2c \cdot DB}$$

$$\cos \measuredangle ADB = \frac{c(c-a)}{2c\sqrt{\frac{a^2}{2} + \frac{ac}{2} - ac}}$$

$$\cos \measuredangle ADB = \frac{-(a-c)}{2\sqrt{\frac{a}{2}\,(a-c)}}$$

ב. נתון גם ש-AC הוא קוטר במעגל. הוכח שמתקיים: (1) $a^2+ac = 2b^2$. (2) $\cos(\measuredangle ADB) = -\sqrt{\frac{a-c}{2a}}$.

פתרון



$$\cos \measuredangle ADB = \frac{-\sqrt{(a-c)^2}}{\sqrt{\frac{4a}{2}} \cdot \sqrt{(a-c)}}$$

$$\cos \measuredangle ADB = \frac{-\sqrt{(a-c)}}{\sqrt{2a}}$$

$$\cos \measuredangle ADB = -\sqrt{\frac{a-c}{2a}}$$

בהצלחה