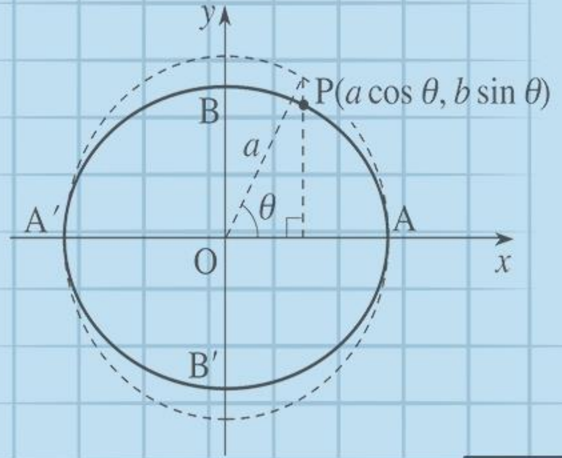
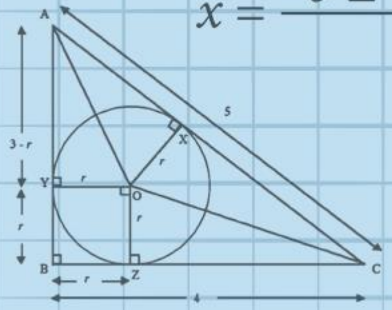
תרגיל לדוגמה

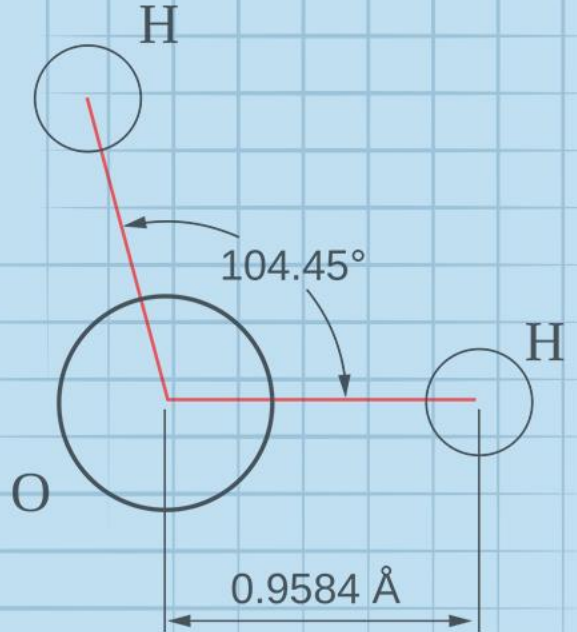
הוכחת תכונות באליפסה

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'-1

582 , עמ' 170, דוגמה







המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

תרגיל לדוגמה

דוגמא:

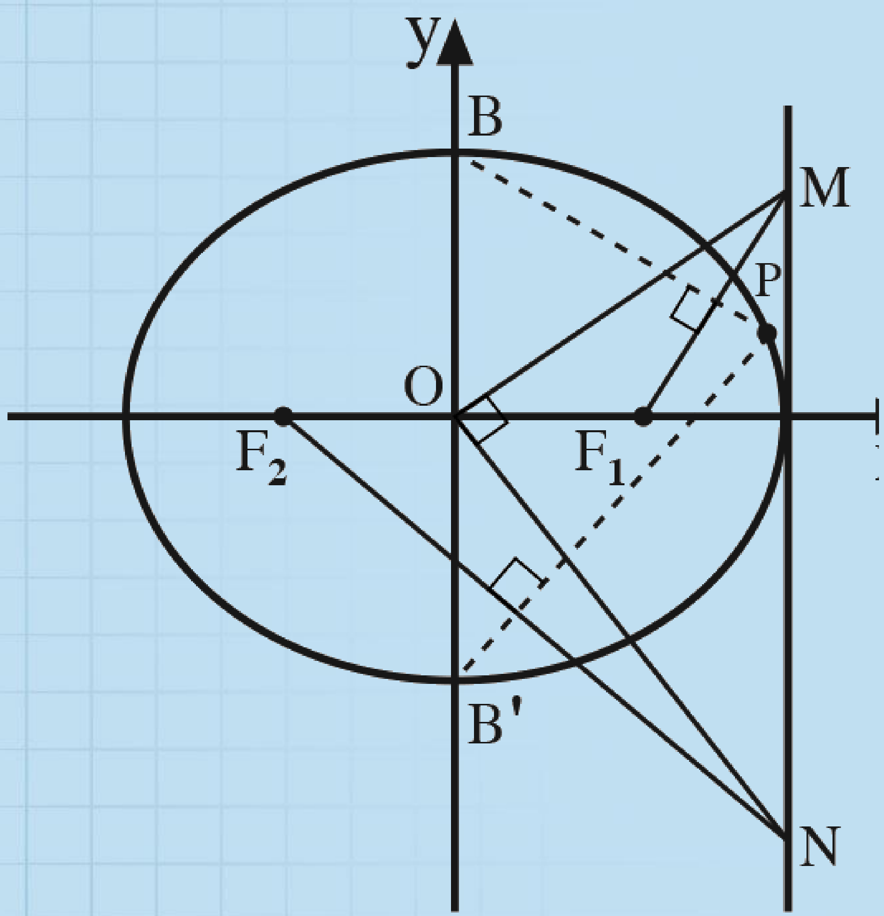
הנקודה P נמצאת על האליפסה $b^2x^2+a^2y^2 = a^2b^2$ שהציר הקטן שלה הוא BB'.

דרך המוקד F_1 מעבירים ישר המאונך לישר PB שחותך את הישר $x = a$ בנקודה M.

דרך המוקד F_2 מעבירים ישר המאונך לישר PB' שחותך את הישר $x = a$ בנקודה N.

הוכח: $\sphericalangle MON = 90^o$. ($O$ ראשית הצירים).

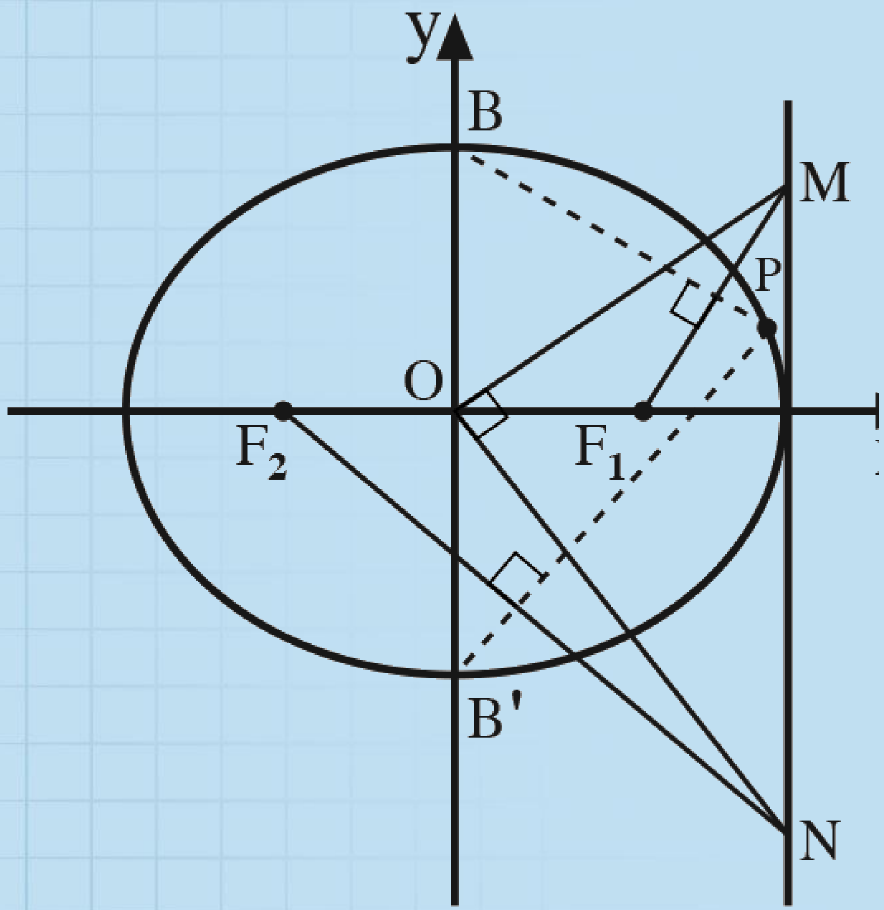
תרגיל לדוגמה



פתרון:

נסמן $P(x_1, y_1)$, מכאן ששיפוע הישר PB הוא $\frac{y_1-b}{x_1-0}$ לכן משוואת הישר העובר דרך $F_1(c,0)$ והמאונך ל-PB היא $y = -\frac{x_1}{y_1-b}(x-c)$.

תרגיל לדוגמה



באופן דומה נקבל שמשוואת הישר העובר דרך

$F_2(-c,o)$ והמאונך ל- PB' היא $y=-\frac{x_1}{y_1+b}(x+c)$.

שיעורי הנקודה M הם: $\left(a,-\frac{x_1}{y_1-b}(a-c)\right)$

ושיעורי הנקודה N הם: $\left(a,-\frac{x_1}{y_1+b}(a+c)\right)$.

תרגיל לדוגמה

למכפלת השיפועים m_1 ו-m_2 של MO ו-NO בהתאמה נקבל:

$$m_1 \cdot m_2 = \frac{-\frac{x_1}{y_1-b}(a-c)}{a} \cdot \frac{-\frac{x_1}{y_1+b}(a+c)}{a} = \frac{x_1^2(a^2-c^2)}{a^2(y_1^2-b^2)} = \frac{x_1^2 b^2}{a^2 y_1^2 - a^2 b^2} = \frac{x_1^2 b^2}{-x_1^2 b^2} = -1$$

ולכן הזווית MON היא בת 90°. בשוויון לפני האחרון הסתמכנו על כך שהנקודה (x_1, y_1) על האליפסה ולכן $b^2x_1^2+a^2y_1^2 = a^2b^2$ ז"א $a^2y_1^2-a^2b^2 = -b^2x_1^2$.

בהצלחה