פתרון תרגיל

משוואת האליפסה ותיאורה הגרפי

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

582 , עמ' 158, ת. 18

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

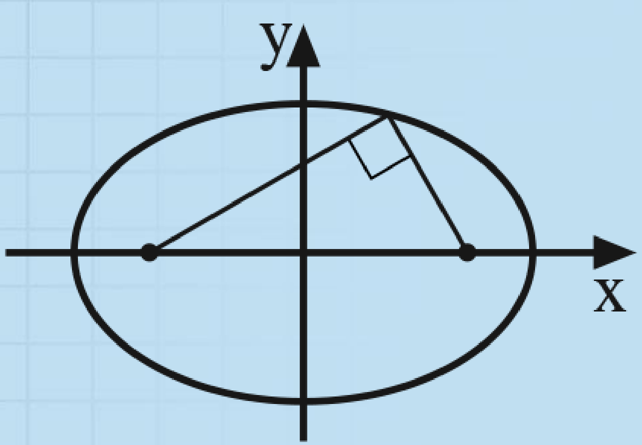
השאלה

18) א. מצא על האליפסה $4x^2+9y^2 = 180$ ברביע הראשון, נקודה שממנה רואים את הקטע שבין המוקדים בזווית ישרה.

ב. דרך הנקודה שמצאת בסעיף א' ודרך המוקד הימני של האליפסה מעבירים ישר.

(1) מבלי למצוא את משוואת הישר חשב את מרחקו מהמוקד השמאלי של האליפסה.

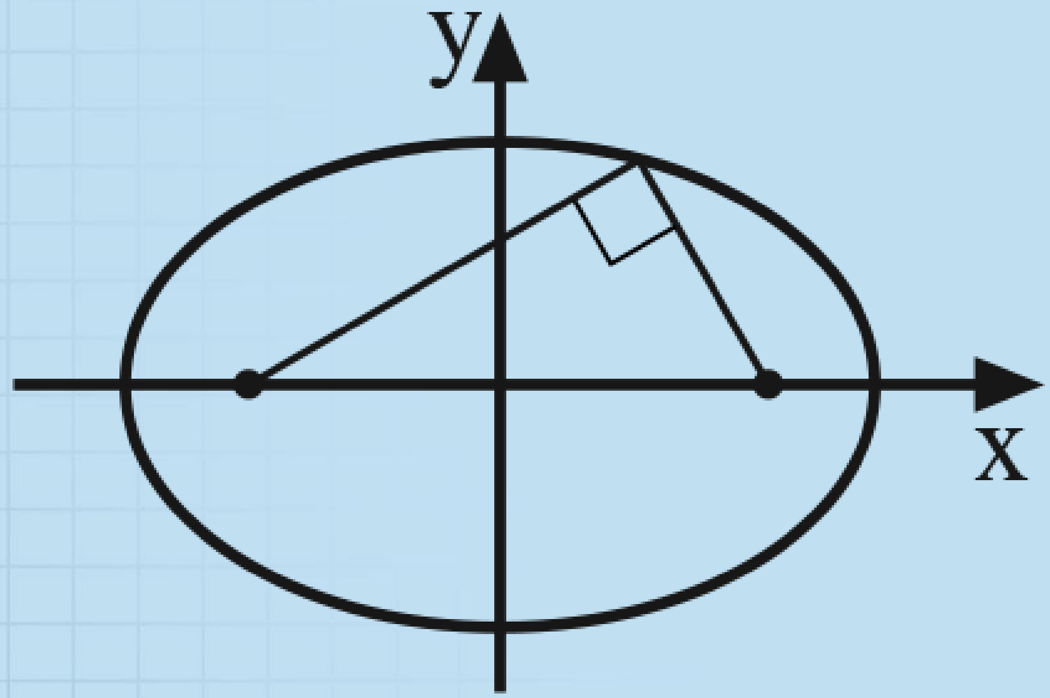
(2) מצא את משוואת הישר ואת נקודת החיתוך השנייה שלו עם האליפסה.



א. מצא על האליפסה $4x^2+9y^2 = 180$, ברביע הראשון, נקודה שממנה רואים את הקטע שבין המוקדים בזווית ישרה.

פתרון

נביא את משוואת האליפסה לתבנית:

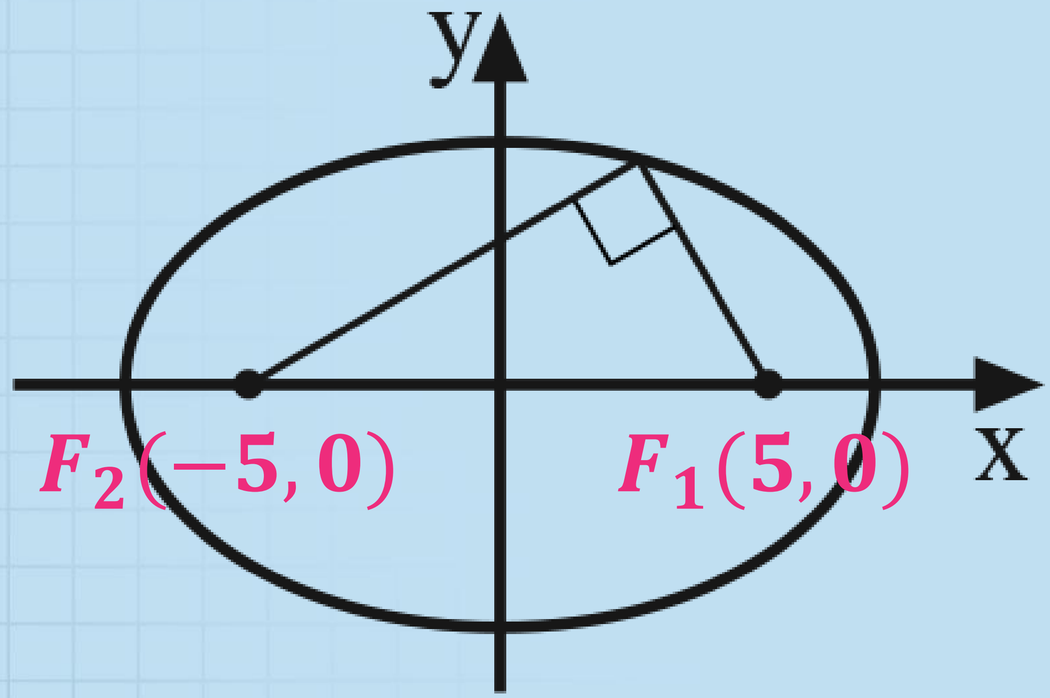


$$\frac{x^2}{45}+\frac{y^2}{20}=1$$

$a^2 = 45$ $b^2 = 20$

א. מצא על האליפסה $4x^2+9y^2 = 180$, ברביע הראשון,
נקודה שממנה רואים את הקטע שבין המוקדים בזוית ישרה.

פתרון



עפ״י ההגדרה:

$$a^2 - c^2 = b^2$$

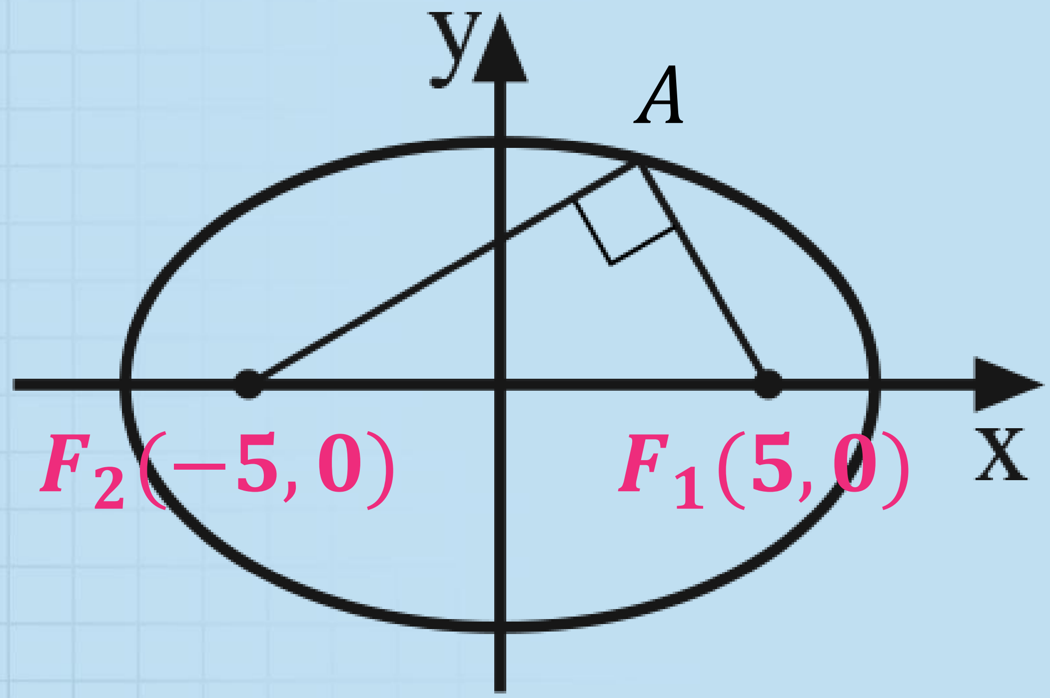
$$45 - c^2 = 20$$

$$c^2 = 25$$

$$0 < c = 5$$

א. מצא על האליפסה $4x^2+9y^2 = 180$, ברביע הראשון,
נקודה שממנה רואים את הקטע שבין המוקדים בזוית ישרה.

פתרון



נחפש נקודה על הפרבולה, A
כך ש: $AF_1 \perp AF_2$

$$m_{AF_1} \cdot m_{AF_2} = -1$$

$$\frac{y_A}{x_A+5} \cdot \frac{y_A}{x_A-5} = -1$$

א. מצא על האליפסה $4x^2+9y^2 = 180$, ברביע הראשון,
נקודה שממנה רואים את הקטע שבין המוקדים בזווית ישרה.

פתרון

$$\frac{y_A}{x_A+5}\cdot\frac{y_A}{x_A-5}=-1$$

$$\frac{y_A^2}{x_A^2-25}=-1$$

$$\boldsymbol{y_A^2=25-x_A^2}$$

הנקודה על האליפסה ולכן מקיימת את משוואתה

א. מצא על האליפסה $4x^2+9y^2=180$, ברביע הראשון, נקודה שממנה רואים את הקטע שבין המוקדים בזווית ישרה.

פתרון

$$4x_A^2+9(25-x_A^2)=180$$

$$4x_A^2+225-9x_A^2=180$$

$$5x_A^2=45$$

$$x_A^2=9$$

א. מצא על האליפסה $4x^2+9y^2=180$, ברביע הראשון, נקודה שממנה רואים את הקטע שבין המוקדים בזוית ישרה.

פתרון

$$0 < x_A = 3$$

$$\Downarrow$$

$$y_A^2 = 25 - 9 = 16$$

$$0 < y_A = 4$$

$$A(3,4)$$

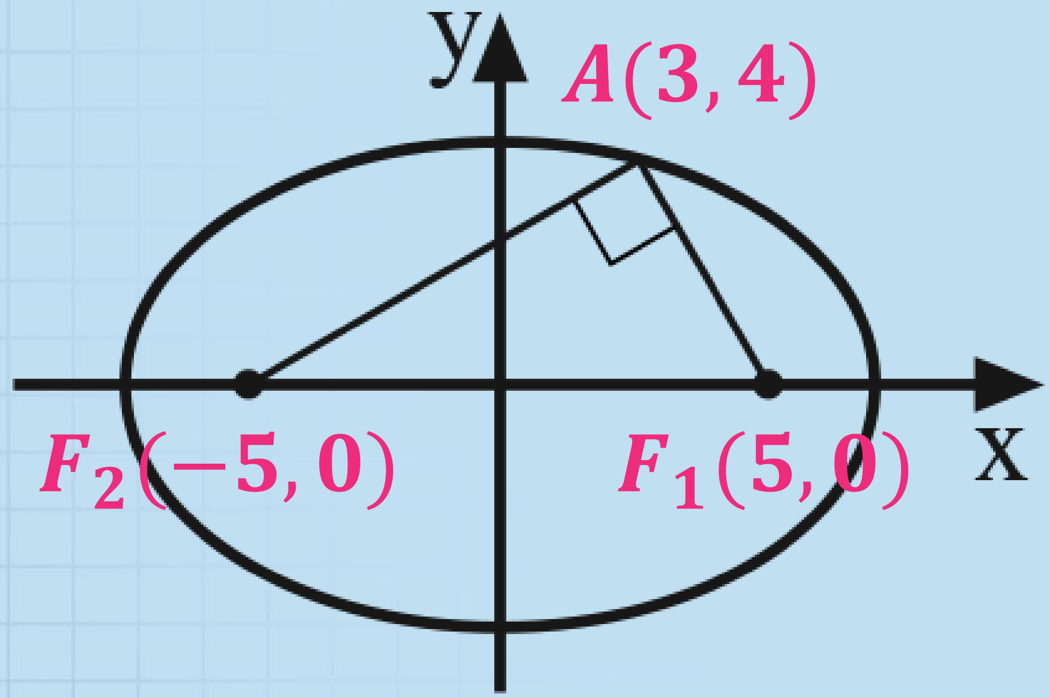
ב. דרך הנקודה שמצאת בסעיף א' ודרך המוקד הימני של האליפסה מעבירים ישר.

(1) מבלי למצוא את משוואת הישר חשב את מרחקו מהמוקד השמאלי של האליפסה.

פתרון

מרחק נקודה מישר מוגדר כאורך האנך המחבר את הנקודה אל הישר

$$d = AF_2 = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80}$$



ב. דרך הנקודה שמצאת בסעיף א' ודרך המוקד הימני של האליפסה מעבירים ישר.

(2) מצא את משוואת הישר ואת נקודת החיתוך השנייה שלו עם האליפסה.

פתרון

משוואת ישר העובר דרך $\boldsymbol{A(3,4)}$ ו- $\boldsymbol{F_1(5,0)}$

$$m=\frac{4}{3-5}=-2$$

$$y-0=-2(x-5)$$

$$\boldsymbol{y=-2x+10}$$

ב. דרך הנקודה שמצאת בסעיף א' ודרך המוקד הימני של האליפסה מעבירים ישר.

(2) מצא את משוואת הישר ואת נקודת החיתוך השנייה שלו עם האליפסה.

פתרון

לקבלת נקודת החיתוך השנייה נציב את משוואת הישר במשוואת האליפסה:

$$4x^2 + 9(\mathbf{-2x + 10})^2 = 180$$

$$x^2 + 9(5 - x)^2 = 45$$

$$x^2 + 225 - 90x + 9x^2 = 45$$

ב. דרך הנקודה שמצאת בסעיף א׳ ודרך המוקד הימני של האליפסה מעבירים ישר.

(2) מצא את משוואת הישר ואת נקודת החיתוך השנייה שלו עם האליפסה.

פתרון

$$10x^2 - 90x + 180 = 0$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$x = 3$ $\qquad$ $x = 6$

הנקודה A

ב. דרך הנקודה שמצאת בסעיף א' ודרך המוקד הימני של האליפסה מעבירים ישר.

(2) מצא את משוואת הישר ואת נקודת החיתוך השנייה שלו עם האליפסה.

פתרון

$$x = 6$$

$$y = -2 \cdot 6 + 10 = -2$$

נקודת החיתוך השנייה $(6, -2)$

בהצלחה