תרגיל לדוגמה

נקודות קיצון, כולל בקצוות – פונקציות חזקה עם מעריך רציונאלי ופונקציות עם שורשים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–2

582 , עמ' 365, דוגמה א'

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

תרגיל לדוגמה

דוגמא א':

מצא את נקודות הקיצון, כולל בקצה תחום ההגדרה, של הפונקציה $f(x) = \sqrt[4]{16-x^2}$.

פתרון:

נמצא תחילה את תחום ההגדרה של הפונקציה. כדי לעשות זאת נפתור את אי השוויון $16-x^2 \geq 0$. נקבל $x^2 \leq 16$ ולכן $-4 \leq x \leq 4$.

תרגיל לדוגמה

$f(x)=\sqrt[4]{16-x^2}$. $-4\le x\le 4$.

נמצא עכשיו את נקודות הקיצון

הפנימיות. נרשום את הפונקציה בצורה $f(x)=(16-x^2)^{\frac{1}{4}}$. נגזור אותה ונשווה ל-0.

נקבל: $f'(x)=\frac{1}{4}(16-x^2)^{-\frac{3}{4}}\cdot(-2x)=\frac{-2x}{4(16-x^2)^{\frac{3}{4}}}=0$. פתרון המשוואה הוא $x=0$

תרגיל לדוגמה

$.f(x) = \sqrt[4]{16-x^2}$ $.-4 \le x \le 4$

היות והמכנה של הנגזרת הראשונה הוא חיובי אז כדי לקבוע את סוג הקיצון מספיק לגזור את נגזרת המונה של הנגזרת הראשונה. הנגזרת היא -2 ולכן ב-$x = 0$ יש מקסימום. נציב $x = 0$ בפונקציה ונקבל: $.y = \sqrt[4]{16-0^2} = \sqrt[4]{16} = 2$ כלומר, נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה היא $(0,2)$ וזאת נקודת מקסימום.

תרגיל לדוגמה

$-4 \le x \le 4$. $f(x) = \sqrt[4]{16-x^2}$.

נחשב את ערכי הפונקציה בנקודות הקצה של תחום ההגדרה. כאשר $x = 4$ ערך הפונקציה הוא $y = 0$ וגם כאשר $x = -4$ ערך הפונקציה הוא $y = 0$. כלומר, נקודות הקצה של תחום ההגדרה הן $(4,0)$ ו-$(-4,0)$. בהסתמך על כך שבנקודה $(0,2)$ יש לפונקציה מקסימום נסיק שבנקודות $(4,0)$ ו-$(-4,0)$ יש לפונקציה מינימום.

תרגיל לדוגמה

$-4 \le x \le 4$. $f(x) = \sqrt[4]{16-x^2}$.

לסיכום: נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x) = \sqrt[4]{16-x^2}$ הן: $(-4,0)$ מינימום,
$(0,2)$ מקסימום, $(4,0)$ מינימום.

בהצלחה