תרגיל לדוגמה

משוואות ואי שוויונות לוגריתמיים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–2

582 , עמ' 275, דוגמאות א' ב'

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

תרגיל לדוגמה

דוגמא א':

פתור את המשוואה $x\ln x - 2x = 0$.

פתרון:

נוציא את x כגורם משותף ונקבל $x(\ln x - 2) = 0$. לפנינו **מכפלה של שני מספרים השווה לאפס** ולכן האפשרויות הן: $\mathbf{x = 0}$ או $\mathbf{\ln x - 2 = 0}$. האפשרות הראשונה **לא תיתכן** היות ותחום ההגדרה של הפונקציה $f(x) = \ln x$ הוא $\mathbf{x > 0}$.

מהאפשרות השנייה נקבל $\ln x = 2$, לכן לפי הגדרת הלוגריתם הטבעי $x = e^2$.

לסיכום: פתרון המשוואה הוא $x = e^2$.

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב':

מצא את התחום בו הפונקציה $f(x) = \ln^2 x - 5\ln x + 4$ היא חיובית.

פתרון:

תחילה נשים לב שתחום ההגדרה של הפונקציה הוא $x > 0$. עכשיו עלינו לפתור את אי השוויון $\ln^2 x - 5\ln x + 4 > 0$. נסמן $t = \ln x$ ונקבל את אי השוויון הריבועי $t^2 - 5t + 4 > 0$. הפתרון של אי שוויון זה הוא $t > 4$ או $t < 1$. לכן $\ln x > 4$ או $\ln x < 1$. מאי השוויון הראשון נקבל $x > e^4$, כי הבסיס e הוא גדול מ-1.
מאי השוויון השני נקבל $x < e$ וביחד עם תחום ההגדרה נקבל $0 < x < e$.
לסיכום: התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית הוא: $x > e^4$ או $0 < x < e$.

בהצלחה