תרגיל לדוגמה

נקודות קיצון – פונקציות מעריכיות

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–2

דוגמה, 195–196 עמ' , 582

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

תרגיל לדוגמה

משפט:

תהי $f(x)$ פונקציה שיש לה נגזרת ראשונה וגם נגזרת שנייה בנקודה x_1.
אם בנקודה x_1 מתקיים $f'(x_1) = 0$ ו-$f''(x_1) \neq 0$ אז ל-$f(x)$ יש ערך קיצון בנקודה x_1. ערך זה הוא מינימום (מקומי) אם $f''(x_1) > 0$ והוא מקסימום (מקומי) אם $f''(x_1) < 0$.

תרגיל לדוגמה

דוגמא:

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x) = xe^{2x}$.

פתרון:

נגזור ונשווה לאפס: $f'(x) = (xe^{2x})' = 1 \cdot e^{2x} + x \cdot e^{2x} \cdot 2 = 0$, נוציא כגורם משותף את e^{2x} ונקבל: $e^{2x}(1+2x) = 0$. היות ו-$e^{2x} > 0$ ניתן לצמצם ב-e^{2x} ונקבל $1+2x = 0$

מכאן $x = -\frac{1}{2}$. נגזור פעם שנייה ונקבל $f''(x) = e^{2x} \cdot 2(1+2x) + e^{2x} \cdot 2$.

תרגיל לדוגמה

$.f''(x) = e^{2x} \cdot 2(1+2x) + e^{2x} \cdot 2$

לפני שנציב $x = -\frac{1}{2}$ בנגזרת השנייה נשים לב שהביטוי e^{2x} הוא חיובי לכל x לכן ניתן להתעלם ממנו כי הוא **לא ישנה** את **הסימן** של הנגזרת השנייה. כמו כן הביטוי $1+2x$ שמופיע בביטוי השמאלי **מתאפס** עבור $.x = -\frac{1}{2}$ לכן נותר לבדוק רק מה קורה לביטוי הימני (ללא e^{2x}) כלומר למספר 2 שהוא כמובן חיובי ולכן זהו מינימום.

נדגיש שהמספר 2 התקבל מהנגזרת של הביטוי $1+2x$ וזה מראה שבמקרה כזה **מספיק לגזור** רק את הביטוי $1+2x$, להציב בו $x = -\frac{1}{2}$ **ולבדוק** בו את הסימן. **אותו** סימן יתקבל אם נציב $x = -\frac{1}{2}$ בכל הנגזרת השנייה.

תרגיל לדוגמה

המינימום הוא: $y=\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot e^{2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}=-\frac{1}{2}\cdot e^{-1}=-\frac{1}{2e}$.

כלומר בנקודה $\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2e}\right)$ מתקבל מינימום. (אפשר להשאיר $-\frac{1}{2e}$ או למצוא בעזרת מחשבון: $-0.18=-\frac{1}{2e}$). **חשוב לנמק כל שלב בדרך שהבאנו.**

בהצלחה