הקנייה

הפונקציה המעריכית

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–2

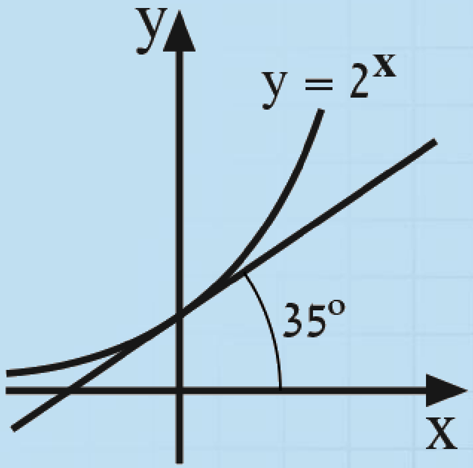
582 , עמ' 181–179

המצגת נערכה ע״י שירי דוברין

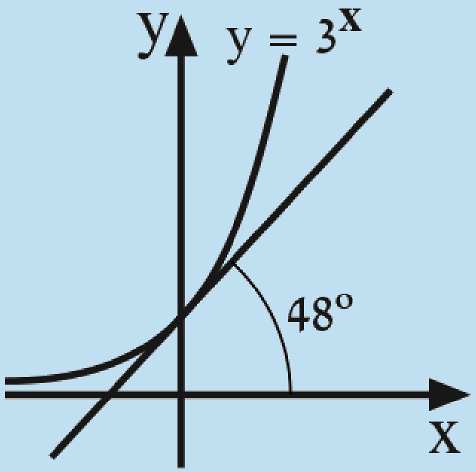
הקנייה

הפונקציה המעריכית $f(x) = e^x$

נסתכל עכשיו בגרפים של הפונקציות $y = 2^x$ ו-$y = 3^x$ ונעביר **משיק** לכל אחת מהן בנקודה $(0,1)$. נסכם את מה שניתן לראות מהציורים:



כאשר הפונקציה היא $y = 2^x$ אז המשיק בנקודה $(0,1)$ יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה-x זווית שהיא בערך בת 35^o.



כאשר הפונקציה היא $y = 3^x$ אז המשיק בנקודה $(0,1)$ יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה-x זווית שהיא בערך בת 48^o.

הקנייה

תוצאות אלה מביאות אותנו **למסקנה הבאה:**

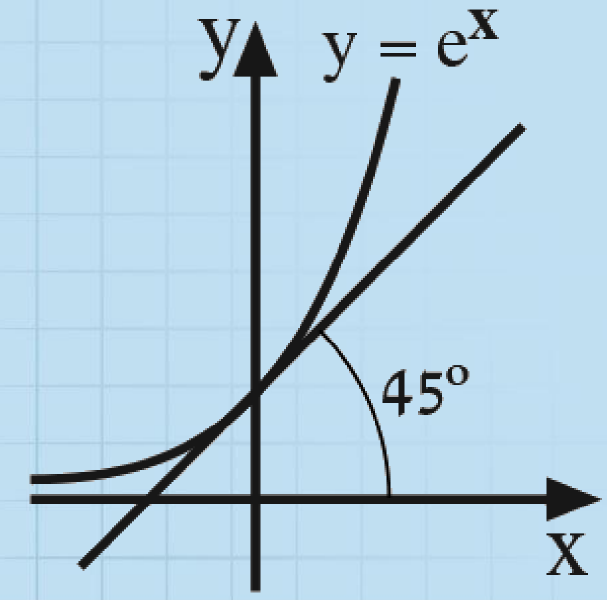
קיימת פונקציה מעריכית מיוחדת שהבסיס שלה הוא **בין 2 ל-3** כך **שהמשיק** לגרף הפונקציה בנקודה $(0,1)$ יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה-x זווית בת 45^{o}.

במקרה כזה **שיפוע המשיק** הוא **1**, כלומר הנגזרת שווה ל-1. הבסיס של הפונקציה **המיוחדת** מסומן באות e וגודלו הוא בערך $e \approx 2.718$.

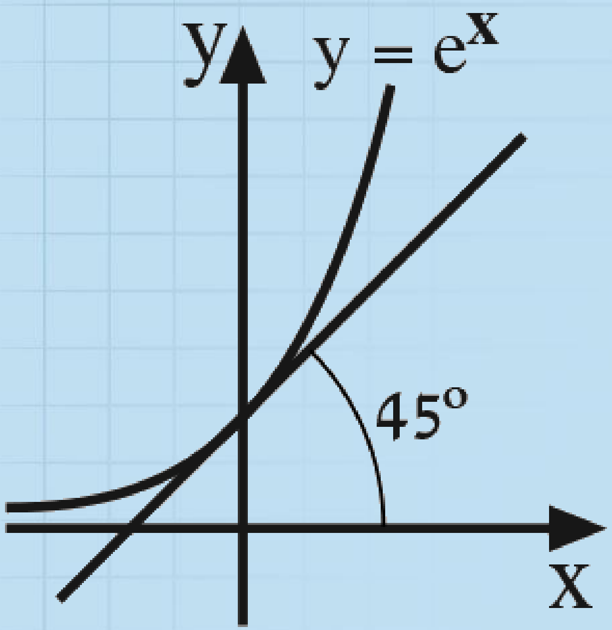
הקנייה

נוכל לסכם:

הפונקציה $f(x) = e^x$ היא הפונקציה המעריכית שהבסיס שלה הוא $e \approx 2.718$ והנגזרת שלה בנקודה $x = 0$ היא 1.



הקנייה



תכונות הפונקציה המעריכית $f(x) = e^x$:

עפ"י הגרף נוכל לסכם:

(1) הפונקציה מוגדרת לכל x.

(2) הפונקציה חיובית לכל x.

(3) הפונקציה עולה לכל x.

(4) הישר $y = 0$ (ציר ה-x) הוא אסימפטוטה אופקית של הפונקציה.

(5) כאשר $x \to -\infty$ הפונקציה $f(x) = e^x$ שואפת לאפס.

הקנייה

דוגמא:

נתונה הפונקציה $f(x) = e^{x}$.

א. חשב את $f(-\frac{1}{2})$. ב. מצא את x עבורו מתקיים $f(x) = 6$.

פתרון:

א. נציב בפונקציה $x = -\frac{1}{2}$ ונקבל $f(-\frac{1}{2}) = e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e}}$. אפשר להשאיר $e^{-\frac{1}{2}}$

או $\frac{1}{\sqrt{e}}$. אם נדייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה נקבל: 0.61.

הקנייה

דוגמא:

נתונה הפונקציה $f(x) = e^x$.

א. חשב את $f(-\frac{1}{2})$. ב. מצא את x עבורו מתקיים $f(x) = 6$.

ב. אם $e^x = 6$ אז, כפי שראינו, מתקיים $x = \frac{\ln 6}{\ln e}$. אבל $\ln e = \log_e e = 1$,

לכן $x = \ln 6$. אם נדייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה נקבל: $x = 1.79$.

בהצלחה