תרגיל לדוגמה

מציאת תחומים –
פונקציות לוגריתמיות

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–2

582 , עמ' 134–135,

דוגמאות א'–ג'

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

תרגיל לדוגמה

דוגמא א':

מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x) = \frac{1}{\log_2(2x^2-3x+1)}$.

פתרון:

נשים לב שהביטוי **שבתוך הלוגריתם** צריך להיות **חיובי**, כלומר צריך לפתור את אי השוויון $2x^2-3x+1 > 0$. זהו **אי שוויון ריבועי** שהפתרון שלו הוא $x < \frac{1}{2}$ או $x > 1$.

תרגיל לדוגמה

דוגמא א':

מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x) = \dfrac{1}{\log_2(2x^2-3x+1)}$.

עכשיו צריך לשים לב שהלוגריתם עצמו מופיע **במכנה** ולכן הוא צריך להיות **שונה מאפס**. נזכור שהלוגריתם **שווה לאפס** כאשר הביטוי בתוך הלוגריתם **שווה ל-1**. נפתור אם כן את המשוואה $2x^2-3x+1 = 1$. הפתרונות הם 0 ו-$1\frac{1}{2}$. לכן תחום ההגדרה של הפונקציה הוא: $x < \frac{1}{2}$ או $x > 1$, $x \neq 0$, $x \neq 1\frac{1}{2}$.

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב':

מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x) = \sqrt{2 - \log_{\frac{1}{2}} x^2}$.

פתרון:

תחילה נשים לב שהביטוי x^2 **שבתוך הלוגריתם** צריך להיות **חיובי**. זה קורה עבור $x \neq 0$.
נוסף לכך, הביטוי **בתוך השורש הריבועי** צריך להיות **אי שלילי**, כלומר צריך לפתור את
אי השוויון $2 - \log_{\frac{1}{2}} x^2 \geq 0$. אי השוויון הנ"ל שקול לאי השוויון $\log_{\frac{1}{2}} x^2 \leq 2$.

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב':

מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x) = \sqrt{2 - \log_{\frac{1}{2}} x^2}$.

$\log_{\frac{1}{2}} x^2 \le 2$.

הבסיס $\frac{1}{2}$ הוא בין 0 ל-1 לכן נקבל $x^2 \ge \frac{1}{4}$. זהו אי שוויון ריבועי שהפתרון שלו הוא $x \ge \frac{1}{2}$ או $x \le -\frac{1}{2}$. ביחד עם התנאי $x \ne 0$ נקבל שתחום ההגדרה של הפונקציה הוא $x \ge \frac{1}{2}$ או $x \le -\frac{1}{2}$.

תרגיל לדוגמה

דוגמא ג':

מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $y = \log_3\left(\log_{\frac{1}{2}}(2x^2-x)\right)$.

פתרון:

כמו בדוגמא הקודמת, הביטוי $2x^2-x$ שבתוך הלוגריתם הפנימי צריך להיות חיובי ולכן צריך לפתור את אי השוויון $2x^2-x>0$. פתרון אי שוויון זה הוא $x>\frac{1}{2}$ או $x<0$.

תרגיל לדוגמה

דוגמא ג':

מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $y = \log_3\left(\log_{\frac{1}{2}}(2x^2-x)\right)$.

נוסף לכך, כל הביטוי שבתוך הלוגריתם החיצוני צריך להיות חיובי, כלומר צריך לפתור את אי השוויון $\log_{\frac{1}{2}}(2x^2-x) > 0$. הבסיס $\frac{1}{2}$ הוא בין 0 ל-1 ולכן צריך לפתור את אי השוויון $2x^2-x < \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$, כלומר את אי השוויון $2x^2-x-1 < 0$. הפתרון של אי שוויון זה הוא $-\frac{1}{2} < x < 1$. ביחד עם אי השוויון הקודם נקבל שתחום ההגדרה של הפונקציה הנ"ל הוא $\frac{1}{2} < x < 1$ או $-\frac{1}{2} < x < 0$.

בהצלחה