הקנייה

מעבר מבסיס לבסיס

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–2

582 , עמ' 120–121

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

הקנייה

נוסחת המעבר מבסיס לבסיס – לוגריתם של מספר נתון לפי בסיס נתון שווה ללוגריתם של המספר הנתון לפי הבסיס החדש לחלק ללוגריתם של הבסיס הנתון לפי הבסיס החדש.

בנוסחה:

$$\boxed{\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}}$$

$(x > 0,$
$a > 0,\quad a \neq 1,$
$b > 0,\quad b \neq 1)$

הקנייה

$$\boxed{\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}}$$

הוכחה:

נסמן $\log_a x = c$, לפי הגדרת הלוגריתם $a^c = x$. נוציא לוגריתמים משני אגפי השוויון האחרון לפי הבסיס החדש b ונקבל $\log_b a^c = \log_b x$. לפי חוק (3) של הלוגריתמים נקבל $c\log_b a = \log_b x$, אבל $c = \log_a x$ ולכן $\log_a x \cdot \log_b a = \log_b x$,

כלומר $\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a}$.

הקנייה

דוגמא:

חשב ללא מחשבון את ערך הביטוי $\log_2 5 \cdot \log_{25} 16$.

פתרון:

בעזרת נוסחת המעבר מבסיס לבסיס נקבל:

$$\log_2 5 \cdot \log_{25} 16 = \log_2 5 \cdot \frac{\log_2 16}{\log_2 25} = \log_2 5 \cdot \frac{\log_2 2^4}{\log_2 5^2} = \log_2 5 \cdot \frac{4\log_2 2}{2\log_2 5} = \frac{4}{2} = 2.$$

בהצלחה