תרגיל לדוגמה

תלות ליניארית של וקטורים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'-1

עמ' 577–578, 582

דוגמאות א' ב'

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

תרגיל לדוגמה

בסעיף זה נדון במושג התלות של וקטורים. **נגדיר:**

תלות ליניארית של וקטורים – נתונים n וקטורים $\underline{u}_1, \underline{u}_2, \dots, \underline{u}_n$. נאמר שהווקטור $\underline{v}$ תלוי ליניארית בווקטורים הנ"ל אם קיימים מספרים $t_1, t_2, \dots, t_n$ כך שמתקיים $\underline{v} = t_1\underline{u}_1 + t_2\underline{u}_2 + \dots + t_n\underline{u}_n$.

במקרה כזה אומרים ש- $\underline{v}$ הוא **צירוף ליניארי** או **קומבינציה ליניארית** של הווקטורים $\underline{u}_1, \underline{u}_2, \dots, \underline{u}_n$ והוא ניתן להצגה בעזרתם.

תרגיל לדוגמה

דוגמא א':

נתונים הווקטורים: $\underline{u} = (-2,3,4)$, $\underline{v} = (-4,6,8)$, $\underline{w} = (2,1,0)$.

א. הראה שהווקטור $\underline{v}$ תלוי בווקטור $\underline{u}$.

ב. הראה שהווקטור $\underline{w}$ אינו תלוי בווקטור $\underline{u}$.

פתרון:

א. צריך למצוא מספר t עבורו $\underline{v} = t\underline{u}$, כלומר $(-4,6,8) = t(-2,3,4)$.
המשוואות הן: $-4 = -2t$, $6 = 3t$, $8 = 4t$. קל לראות שהפתרון הוא $t = 2$,
כלומר $\underline{v} = 2\underline{u}$, ולכן $\underline{v}$ תלוי ב- $\underline{u}$.

תרגיל לדוגמה

דוגמא א':

נתונים הווקטורים: $\underline{u}=(-2,3,4)$, $\underline{v}=(-4,6,8)$, $\underline{w}=(2,1,0)$.

א. הראה שהווקטור $\underline{v}$ תלוי בווקטור $\underline{u}$.

ב. הראה שהווקטור $\underline{w}$ אינו תלוי בווקטור $\underline{u}$.

ב. כאן נקבל $(2,1,0)=t(-2,3,4)$. ז"א $2=-2t$, $1=3t$, $0=4t$. קל לראות שאין פתרון ולכן הווקטור $\underline{w}$ אינו תלוי בווקטור $\underline{u}$.

הערה: בצורה דומה פעלנו כאשר רצינו לבדוק אם שני וקטורים נמצאים על **אותו ישר**.

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב':

נתונים הווקטורים: $\underline{u} = (1,-2,4)$, $\underline{v} = (3,0,2)$.

א. הראה שהווקטור $\underline{w} = (5,2,0)$ תלוי בווקטורים $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$.

ב. הראה שהווקטור $\underline{r} = (1,4,0)$ אינו תלוי בווקטורים $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$.

תרגיל לדוגמה

$\underline{u} = (1,-2,4)$, $\underline{v} = (3,0,2)$.

א. הראה שהווקטור $\underline{w} = (5,2,0)$ תלוי בווקטורים $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$.

א. צריך למצוא מספרים t ו-s כך שיתקיים $\underline{w} = t\underline{u}+s\underline{v}$.
כלומר $(5,2,0) = t(1,-2,4)+s(3,0,2)$.
המשוואות המתקבלות: **(1)** $5 = t+3s$, **(2)** $2 = -2t$, **(3)** $0 = 4t+2s$.
ממשוואה (2) נקבל $t = -1$. הצבת תוצאה זו במשוואה (1) נותנת $s = 2$. הצבת תוצאות אלה במשוואה (3) מראה שהן מקיימות גם אותה. כלומר, קיים **פתרון יחיד** למערכת והוא $t = -1$ ו-$s = 2$. ז"א אפשר **להציג** את $\underline{w}$ באופן הבא $\underline{w} = -1\cdot\underline{u}+2\underline{v}$, לכן $\underline{w}$ **תלוי** ב-$\underline{u}$ ו-$\underline{v}$.

תרגיל לדוגמה

$\underline{u} = (1,-2,4)$, $\underline{v} = (3,0,2)$.

ב. הראה שהווקטור $\underline{r} = (1,4,0)$ אינו תלוי בווקטורים $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$.

ב. במקרה זה נקבל $\underline{r} = (1,4,0) = t(1,-2,4)+s(3,0,2)$.

המשוואות הן: **(1)** $1 = t+3s$, **(2)** $4 = -2t$, **(3)** $0 = 4t+2s$.

ממשוואה (2) נקבל $t = -2$. הצבת תוצאה זו במשוואה (1) נותנת $s = 1$. הצבת תוצאות אלה במשוואה (3) מראה שהן אינן מקיימות אותה. לכן **אין** t ו-s כנ"ל והווקטור $\underline{r}$ **אינו תלוי** בווקטורים $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$.

הערה: בצורה דומה פעלנו כאשר רצינו לבדוק אם שלושה וקטורים נמצאים **באותו מישור.**

בהצלחה