# תרגיל לדוגמה

## תיאור מישור בעזרת שני וקטורים שעליו (הווקטור האלגברי)

## מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

**582 , עמ' 424, דוגמה א'**

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

# תרגיל לדוגמה

תהיינה A B ו-C שלוש נקודות שאינן על ישר אחד. נקודה D נמצאת במישור ABC אם ורק אם קיימים סקלרים t ו-s עבורם $\boxed{\overrightarrow{AD} = t\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{AC}}$.

# תרגיל לדוגמה

## דוגמא א':

א. הראה שהנקודות $A = (1,-1,3)$, $B = (0,2,1)$, $C = (2,0,4)$ אינן על ישר אחד.

ב. הראה שהנקודה $D = (5,-1,8)$ נמצאת במישור הנקבע ע"י $A$, $B$ ו-$C$.

## פתרון:

א. נמצא את הווקטורים $\overrightarrow{AB}$ ו- $\overrightarrow{AC}$:

$$\overrightarrow{AB} = (0-1, 2+1, 1-3) = (-1, 3, -2),$$

$$\overrightarrow{AC} = (2-1, 0+1, 4-3) = (1, 1, 1).$$

# תרגיל לדוגמה

## דוגמא א':

א. הראה שהנקודות $A=(1,-1,3)$, $B=(0,2,1)$, $C=(2,0,4)$ אינן על ישר אחד.

ב. הראה שהנקודה $D=(5,-1,8)$ נמצאת במישור הנקבע ע"י $A$, $B$ ו-$C$.

נבדוק אם ישנו $t$ שעבורו $\overrightarrow{AC}=t\overrightarrow{AB}$, כלומר $(1,1,1)=t(-1,3,-2)$. קל לראות שאין $t$ כנ"ל לכן הנקודות $A$, $B$ ו-$C$ אינן על ישר אחד והן קובעות מישור אחד ויחיד.

# תרגיל לדוגמה

**דוגמא א':**

א. הראה שהנקודות $A=(1,-1,3)$, $B=(0,2,1)$, $C=(2,0,4)$ אינן על ישר אחד.

ב. הראה שהנקודה $D=(5,-1,8)$ נמצאת במישור הנקבע ע"י $A$, $B$ ו-$C$.

ב. נמצא את הווקטור $\overrightarrow{AD}$: $\overrightarrow{AD}=(5-1,-1+1,8-3)=(4,0,5)$.

נבדוק אם ישנם $t$ ו-$s$ עבורם $\overrightarrow{AD}=t\overrightarrow{AB}+s\overrightarrow{AC}$,

כלומר $(4,0,5)=t(-1,3,-2)+s(1,1,1)$.

# תרגיל לדוגמה

אם **נחבר** את הווקטורים שבאגף ימין נקבל: $(4,0,5)=(-t+s\,,\,3t+s\,,\,-2t+s)$.

ע״י השוואת קואורדינטות נקבל שלוש משוואות:

$4=-t+s$ **(1)**, $0=3t+s$ **(2)**, $5=-2t+s$ **(3)**.

לפנינו מערכת של **שלוש משוואות עם שני נעלמים**. השיטה לפתור מערכת כזאת היא לפתור תחילה שתי משוואות מתוך השלוש כמערכת רגילה של שתי משוואות עם שני נעלמים. אם לשתי המשוואות אין פתרון ברור שלכל המערכת אין פתרון. אם לשתי המשוואות יש פתרון מציבים אותו במשוואה השלישית. אם הפתרון מקיים את המשוואה השלישית אז זהו הפתרון של המערכת. אם הפתרון לא מקיים את המשוואה השלישית סימן שאין פתרון למערכת.

# תרגיל לדוגמה

$(1)$ $-t+s = 4$, $(2)$ $3t+s = 0$, $(3)$ $-2t+s = 5$.

נפתור אם כן את המשוואות (1) ו-(2): אם נחלץ את $s$ ממשוואה (2) נקבל $s = -3t$. נציב תוצאה זו במשוואה (1) ונקבל $-t-3t = 4$, כלומר $t = -1$ ומכאן $s = 3$. ז"א שהפתרון של משוואות (1) ו-(2) הוא $t = -1$ ו-$s = 3$. אם נציב פתרון זה במשוואה (3) נקבל $-2\cdot(-1)+3 = 5$, כלומר הפתרון מקיים גם אותה ולכן ישנם $t$ ו-$s$ כנדרש. למעשה קיבלנו $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$ ולכן הנקודה $D$ נמצאת במישור $ABC$.

# תרגיל לדוגמה

**(1)** $-t+s = 4$,  **(2)** $3t+s = 0$,  **(3)** $-2t+s = 5$.

**הערה:**
אם **אין** פתרון למערכת עם שלוש המשוואות ושני הנעלמים מהצורה הנ"ל אז הנקודה D **לא** נמצאת במישור שנקבע ע"י A, B ו-C.

# בהצלחה