תרגיל לדוגמה

הוכחות גיאומטריות בעזרת המכפלה הסקלרית

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'-1

582 , עמ' 370-371,

דוגמאות א' ב'

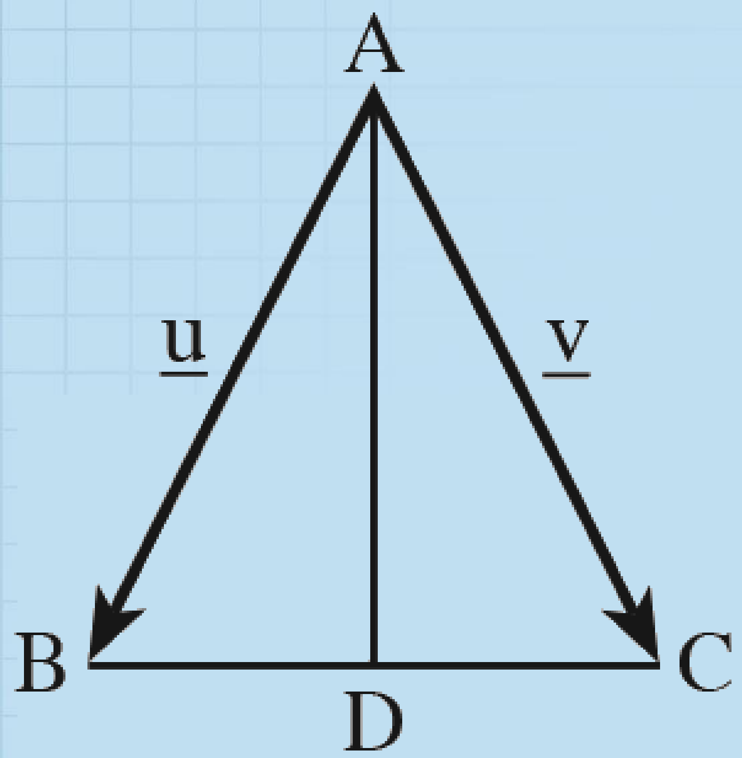
המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

תרגיל לדוגמה

דוגמא א׳:

הוכח: אם התיכון לאחת הצלעות במשולש מתלכד עם הגובה לצלע זו אז המשולש הוא שווה שוקיים.

תרגיל לדוגמה



פתרון:

יהי AD התיכון וגם הגובה לצלע BC במשולש ABC.

צ"ל: $AB = AC$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$ ואז

$\overrightarrow{BC} = \underline{v} - \underline{u}$. AD הוא **התיכון** ולכן $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\underline{u} + \underline{v})$.

AD הוא **הגובה** ולכן $\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{BC}$. מכאן נקבל: $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\underline{u} + \underline{v}) \cdot (\underline{v} - \underline{u}) = 0$.

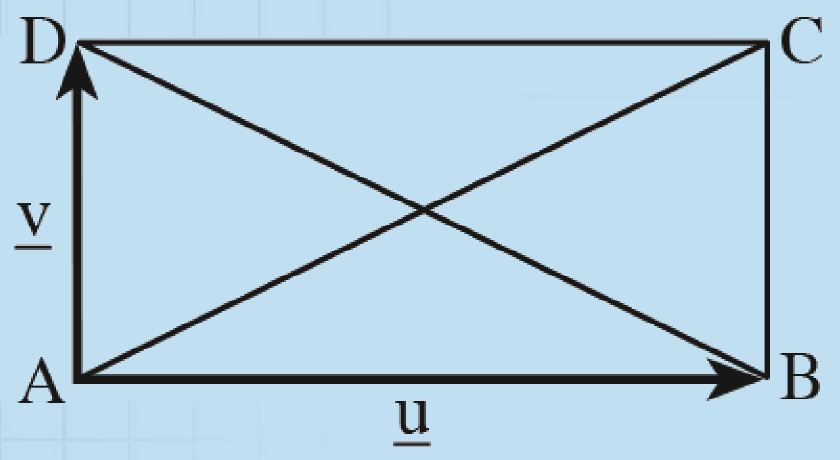
כלומר $\frac{1}{2}(\underline{v}^2 - \underline{u}^2) = 0$ ולכן $\underline{u}^2 = \underline{v}^2$. ז"א $|\underline{u}| = |\underline{v}|$ ולבסוף $AB = AC$.

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב':

הוכח: במלבן האלכסונים שווים זה לזה.

תרגיל לדוגמה



פתרון:

נתון מלבן $ABCD$, צ"ל: $AC = BD$.

נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$.

AC ו-BD הם האלכסונים במלבן

לכן $\overrightarrow{AC} = \underline{u}+\underline{v}$, $\overrightarrow{BD} = \underline{v}-\underline{u}$. צלעות המלבן ניצבות זו לזו לכן $\underline{u}\cdot\underline{v} = 0$,

מכאן שאורכי האלכסונים הם:

$$|\overrightarrow{AC}|^2 = (\underline{u}+\underline{v})^2 = \underline{u}^2+2\underline{u}\cdot\underline{v}+\underline{v}^2 = \underline{u}^2+\underline{v}^2,$$

$$|\overrightarrow{BD}|^2 = (\underline{v}-\underline{u})^2 = \underline{v}^2-2\underline{u}\cdot\underline{v}+\underline{u}^2 = \underline{v}^2+\underline{u}^2.$$

כלומר $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{\underline{u}^2+\underline{v}^2}$ וכן $|\overrightarrow{BD}| = \sqrt{\underline{u}^2+\underline{v}^2}$ לכן $AC = BD$.

בהצלחה