הקנייה

תיאור ישר באמצעות וקטור שעליו
(הווקטור הגיאומטרי)

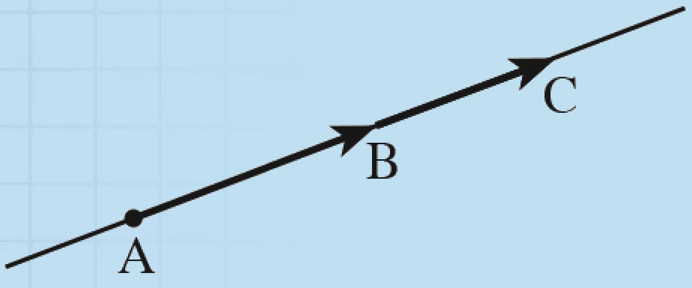
מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

582 , עמ' 321–322

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

הקנייה

נניח שנתון ישר כלשהו ווקטור הנמצא עליו. נראה עכשיו שבעזרת כפל של **הווקטור בסקלר** ניתן **לתאר את כל נקודות הישר**.



אם $\overrightarrow{AB}$ הוא וקטור על הישר AB אז **לכל** t מתקבלת **נקודה יחידה** C **על הישר AB** כך שמתקיים $\overrightarrow{AC} = t\overrightarrow{AB}$ (ראה עמ' 301).

גם **הטענה ההפוכה** נכונה. כי אם C היא נקודה על הישר AB אז קיים מספר חיובי k כך ש-$k = \frac{AC}{AB}$. כאשר $\overrightarrow{AB}$ ו- $\overrightarrow{AC}$ הם בעלי אותו כיוון נסמן $t = k$, כאשר $\overrightarrow{AB}$ ו- $\overrightarrow{AC}$ הם בעלי כיוונים מנוגדים נסמן $t = -k$. מכאן שבכל מקרה נקבל $\overrightarrow{AC} = t\overrightarrow{AB}$.

הקנייה

לסיכום:

ע"י כפל של הווקטור $\overrightarrow{AB}$ בסקלר t, כאשר t עובר על כל המספרים הממשיים,
ניתן לתאר את כל נקודות הישר AB.

אומרים על הווקטור $\overrightarrow{AB}$ שהוא **פורש את הישר** AB. ניתן לנסח זאת גם באופן הבא:

הקנייה

משפט:

תהיינה A ו-B שתי נקודות. נקודה C נמצאת על הישר AB אם ורק אם קיים סקלר t עבורו $\boxed{\overrightarrow{AC} = t\overrightarrow{AB}}$.

הערה: הווקטור $\overrightarrow{AB}$ **איננו יחיד** ואפשר לתאר את הישר AB בעזרת **כל** וקטור אחר הנמצא על הישר.

הקנייה

קביעת מיקומן של הנקודות שעל הישר (הווקטור הגיאומטרי)

כפי שראינו, אם נקודה C נמצאת על ישר AB אז קיים t עבורו $\overrightarrow{AC} = t\overrightarrow{AB}$.

עפ"י **הערך של t** ניתן לקבוע אם הנקודה C נמצאת **בתוך** הקטע AB או **מחוץ** לקטע AB על **המשכו**, ואם היא על המשך הקטע AB – אם היא **מהצד של** B **או של** A.

הקנייה

נוכל לסכם:

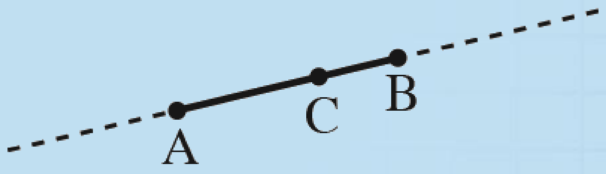
תהי C נקודה על הישר AB כך שמתקיים $\overrightarrow{AC} = t\overrightarrow{AB}$. (ראה ציורים למטה, גם ההיפך נכון).

א) אם $0 < t < 1$ אז הנקודה C נמצאת בתוך הקטע AB.

ב) אם $t > 1$ אז הנקודה C נמצאת על המשך הקטע AB מהצד של B.

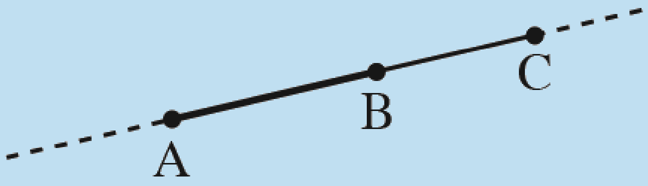
ג) אם $t < 0$ אז הנקודה C נמצאת על המשך הקטע AB מהצד של A.

א)



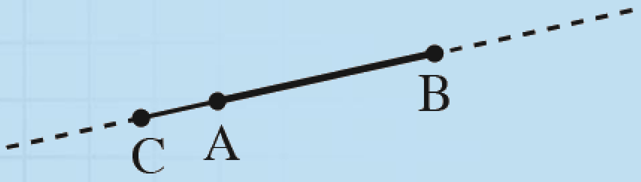
$0 < t < 1$

ב)



$t > 1$

ג)



$t < 0$

הערה: אם $t = 0$ אז הנקודה C מתלכדת עם הנקודה A ואם $t = 1$ אז הנקודה C מתלכדת עם הנקודה B.

הקנייה

דוגמא:

נתונים הווקטורים: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = 2\underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{3}\underline{u}$.

א. הסבר מדוע כל ארבע הנקודות A, B, C ו-D נמצאות על ישר אחד.

ב. קבע את סדר הנקודות A, B, C ו-D על הישר AB.

פתרון:

א. קל לראות שמתקיים $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$ וכן $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. לכן כל ארבע הנקודות A, B, C ו-D נמצאות על ישר אחד.

הקנייה

דוגמא:

נתונים הווקטורים: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = 2\underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{3}\underline{u}$.

א. הסבר מדוע כל ארבע הנקודות A, B, C ו-D נמצאות על ישר אחד.

ב. קבע את סדר הנקודות A, B, C ו-D על הישר AB.

ב. כפי שראינו $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$. היות ו-$1 < 2$ אז הנקודה C נמצאת מחוץ לקטע AB מהצד של B. כמו כן $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. היות ו-$-\frac{1}{3} < 0$ אז הנקודה D נמצאת מחוץ לקטע AB מהצד של A. לסיכום, סדר הנקודות על הישר AB הוא: C, B, A, D.

בהצלחה