תרגיל לדוגמה

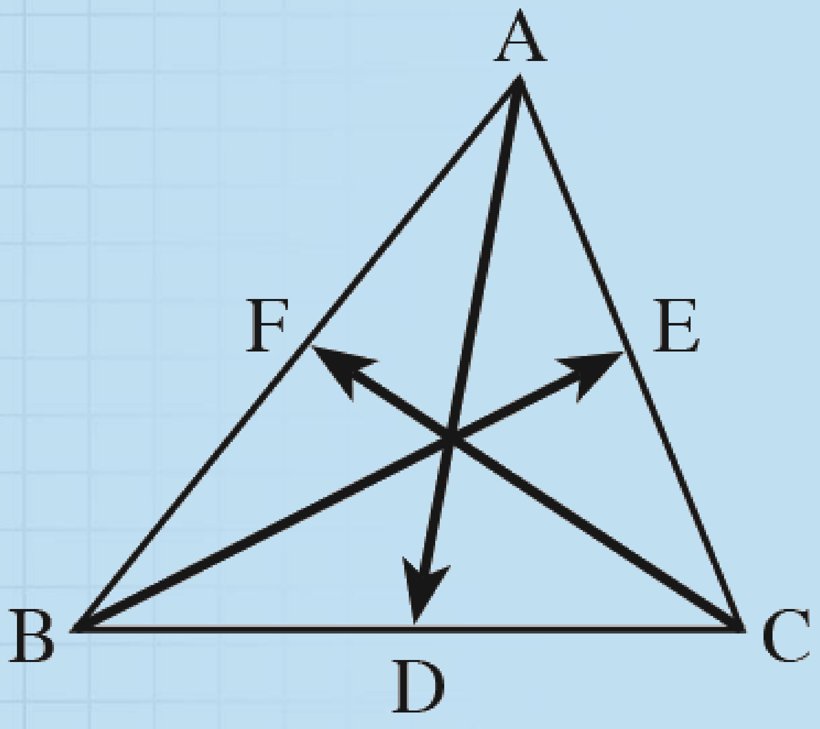
הוכחת תכונות של וקטורים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

582 , עמ' 318, דוגמאות א' ב'

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

תרגיל לדוגמה

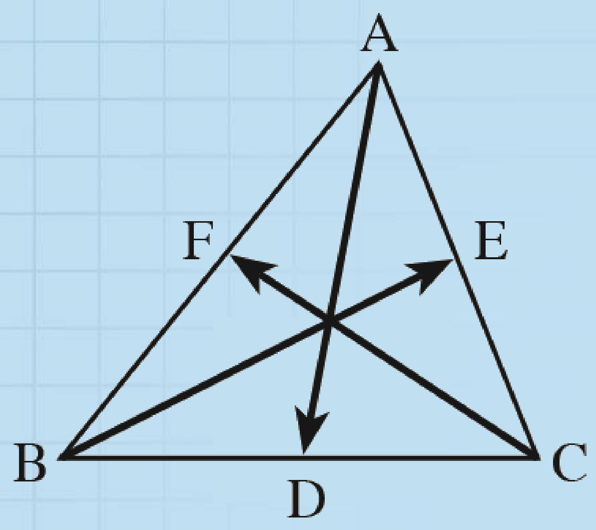


דוגמא א':

AD, BE ו-CF הם בהתאמה התיכונים לצלעות BC, AC ו-AB במשולש ABC.

הוכח: $\underline{0} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF}$.

תרגיל לדוגמה



פתרון:

נסמן $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$ ולכן $\overrightarrow{BC} = \underline{v} - \underline{u}$.

כפי שראינו $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(\underline{u} + \underline{v}) = \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v}$.

באופן דומה: $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}(-\underline{u} + \underline{v} - \underline{u}) = \frac{1}{2}\underline{v} - \underline{u}$.

כמו כן $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}) = \frac{1}{2}(-\underline{v} - \underline{v} + \underline{u}) = \frac{1}{2}\underline{u} - \underline{v}$.

מכאן $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{v} - \underline{u} + \frac{1}{2}\underline{u} - \underline{v} = \underline{o}$.

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב':

יהיו a ו-b שני מספרים המקיימים $a+b=1$. A, B ו-O הן נקודות כלשהן. הנקודה P מקיימת: $\overrightarrow{OP}=a\overrightarrow{OA}+b\overrightarrow{OB}$. הוכח: לכל נקודה O' מתקיים: $\overrightarrow{O'P}=a\overrightarrow{O'A}+b\overrightarrow{O'B}$.

תרגיל לדוגמה

פתרון:

נסתמך על כך שלכל שלוש נקודות A, B ו-C מתקיים $\vec{AB}+\vec{BC}=\vec{AC}$.

כאן $\vec{O'P}+\vec{OO'}=\vec{OP}$, $\vec{O'A}+\vec{OO'}=\vec{OA}$, $\vec{O'B}+\vec{OO'}=\vec{OB}$.

עפ"י הנתון $b\,\vec{OB}+a\,\vec{OA}=\vec{OP}$, לכן:

$$= b\,\vec{O'B}+a\,\vec{O'A}+b\,\vec{OO'}+a\,\vec{OO'}=(\vec{O'B}+\vec{OO'})b+(\vec{O'A}+\vec{OO'})a=\vec{O'P}+\vec{OO'}.$$

$$=(a+b)\vec{OO'}+a\,\vec{O'A}+b\,\vec{O'B}=1\cdot\vec{OO'}+a\,\vec{O'A}+b\,\vec{O'B}$$

כלומר קיבלנו $\vec{OO'}+a\,\vec{O'A}+b\,\vec{O'B}=\vec{OO'}+\vec{O'P}$ ולכן $\vec{O'P}=a\,\vec{O'A}+b\,\vec{O'B}$.

בהצלחה