הקנייה

הגדרת הווקטור הגיאומטרי

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'-1

582 , עמ' 285-288

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

הקנייה

הגדרת הווקטור – קטע בעל כיוון נקרא וקטור גיאומטרי או בקיצור וקטור. הנקודה שממנה מתחיל הווקטור נקראת מוצא הווקטור והנקודה שבה מסתיים הווקטור נקראת סופו של הווקטור.

(מוצא הווקטור נקרא גם **ראשית הווקטור** וסוף הווקטור נקרא גם **קצה הווקטור**).

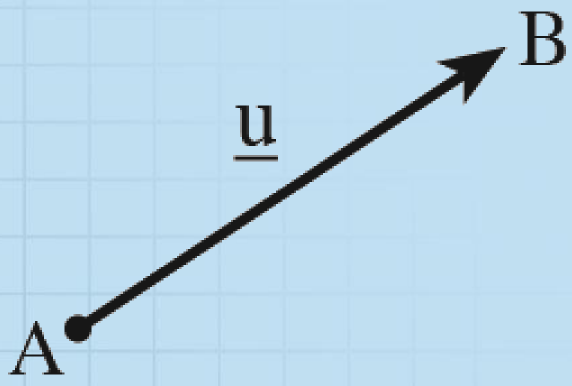
הקנייה

נשים לב ששני דברים קובעים את הווקטור ולמעשה מאפיינים אותו:

א) **אורך הווקטור** – הווקטור מוגדר כקטע ולכן אורך הקטע הוא גם אורך הווקטור.

ב) **כיוון הווקטור** – הכיוון של הקטע קובע את כיוון הווקטור. כאשר נתאר את הווקטור במערכת צירים נוכל להגדיר בצורה יותר מדוייקת את מושג הכיוון של הווקטור.

שרטוט הווקטור – את הווקטור שמוצאו בנקודה A וסופו בנקודה B מקובל לשרטט בעזרת **חץ** שתחילתו בנקודה A והחוד שלו בנקודה B.



הקנייה

סימון הווקטור – את הווקטור שמוצאו בנקודה A וסופו בנקודה B מסמנים עם **חץ מעל** ל-AB כלומר: $\overrightarrow{AB}$. האות A חייבת להיות משמאל והאות B מימין.

סימון נוסף לווקטור הוא בעזרת אותיות קטנות עם **קו מתחתן**, למשל: $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ וכו'.

שוויון וקטורים – הווקטור הגיאומטרי

ברצוננו עכשיו להגדיר מתי שני וקטורים הם **שווים**. כאשר אומרים ששני קטעים שווים הכוונה היא שהם בעלי אותו אורך. היות והגדרנו את הווקטור כקטע מכוון, הרי ששויון בין שני וקטורים פירושו שהם בעלי אותו אורך וגם בעלי אותו כיוון. **נגדיר** אם כן:

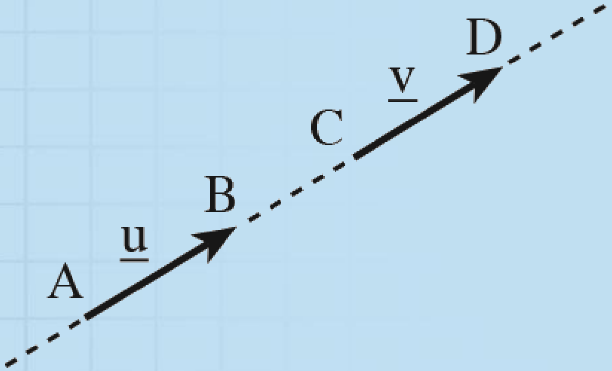
שוויון וקטורים – שני וקטורים ייקראו שווים אם ניתן להעתיק אחד מהם בתנועה השומרת על האורך והכיוון שלו כך שהוא יתלכד עם השני.

תנועה כזאת, השומרת על האורך והכיוון, נקראת גם **הזזה** או **העתקה**. נסביר את המשמעות של תנועה כזאת.

הקנייה

קיימות שתי אפשרויות לתנועה השומרת על האורך והכיוון והן:

(1) **הזזה על אותו ישר** – אם שני הווקטורים הם על ישר אחד וניתן להזיז אחד מהם **לאורך הישר** כך שהוא **יתלכד** עם השני אז שני הווקטורים הם בעלי אותו אורך ואותו כיוון ולכן הם **שווים**. כלומר, הזזה כזאת לאורך ישר שומרת על האורך והכיוון של הווקטור. אם נסמן $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$ ו- $\overrightarrow{CD} = \underline{v}$ אז שני הווקטורים שווים ונכתוב $\underline{u} = \underline{v}$ או $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

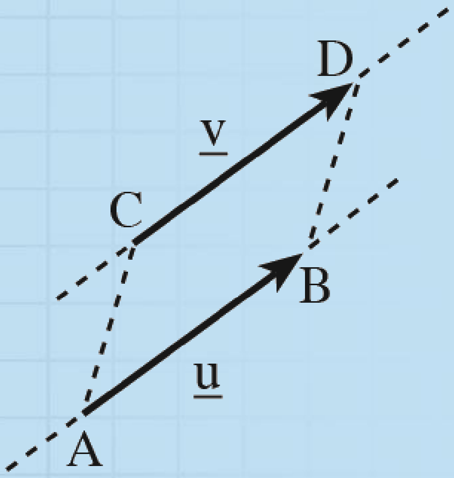


הקנייה

(2) **הזזה לישר מקביל** – אם שני הווקטורים אינם על אותו ישר, אבל ניתן להעתיק אחד מהם כך שיישאר **מקביל לישר** עליו הוא נמצא **ויתלכד** עם הווקטור השני אז שני הווקטורים הם בעלי אותו אורך ואותו כיוון ולכן הם **שווים**. כלומר, הזזה כזאת לישר מקביל שומרת על האורך והכיוון של הווקטור.

גם במקרה זה מתקיים $\underline{u} = \underline{v}$ או $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

נשים לב **שהמרובע ABDC** (בסדר זה) הוא **מקבילית**, ז"א שמתקיים $AB = CD$, $AB \parallel CD$ וכן $AC = BD$, $AC \parallel BD$.



הקנייה

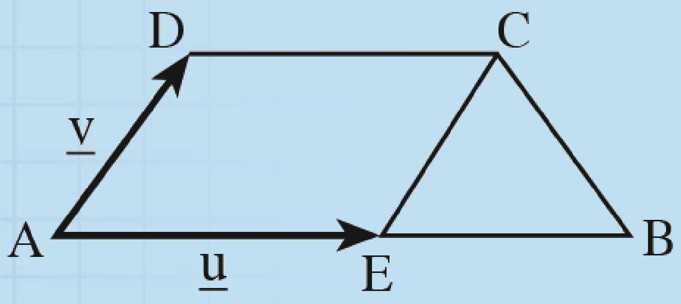
לסיכום:

שני וקטורים $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ שווים זה לזה, ז"א $\underline{v} = \underline{u}$, אם ורק אם הם שווי אורך ובעלי אותו כיוון ולכן הם נמצאים על אותו ישר או על ישרים מקבילים.

הקנייה

דוגמא א':

בטרפז שווה שוקיים ABCD ($AB \parallel DC$, $AD = BC$) E היא נקודה על AB כך ש-EC מקביל ל-AD. נסמן: $\underline{u} = \overrightarrow{AE}$, $\underline{v} = \overrightarrow{AD}$.

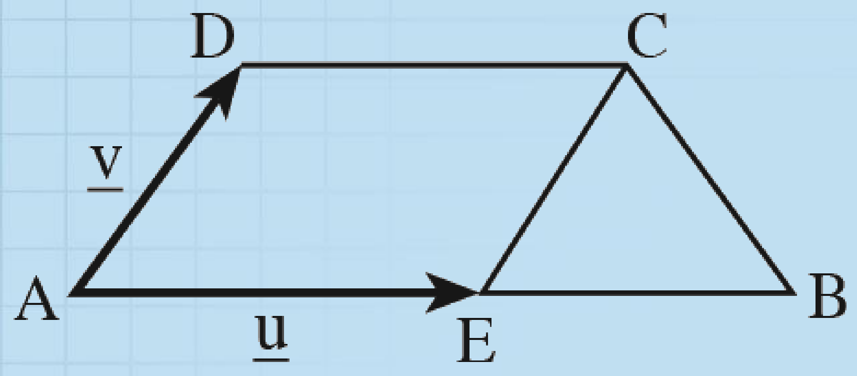


א. מצא וקטור נוסף השווה ל-$\underline{u}$ וכן וקטור נוסף השווה ל-$\underline{v}$.

ב. האם הווקטור $\overrightarrow{EB}$ שווה לווקטור $\underline{u}$? הסבר.

ג. האם הווקטור $\overrightarrow{BC}$ שווה לווקטור v? הסבר.

הקנייה



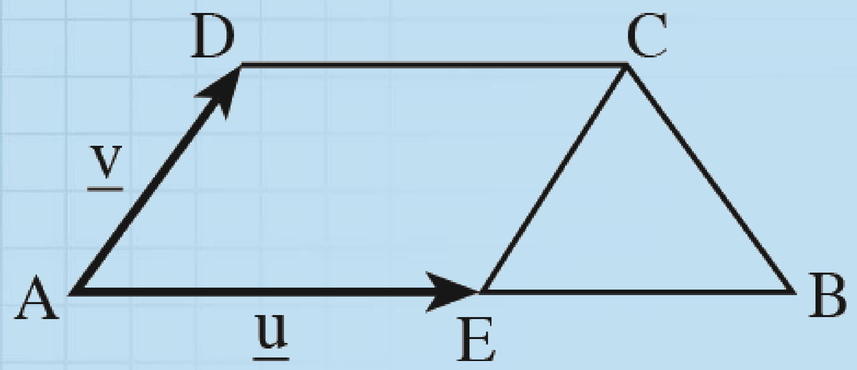
פתרון:

א. עפ"י הנתונים המרובע $AECD$ הוא מקבילית ולכן כל שתי צלעות נגדיות שלו שוות ומקבילות זו לזו. כלומר $AE = DC$, $AE \parallel DC$ וכן $AD = EC$, $AD \parallel EC$. מכאן,

עפ"י הגדרת השוויון בין שני וקטורים, נקבל: $\underline{u} = \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DC}$, $\underline{v} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{EC}$.

(שים לב לכיוון הווקטורים, הווקטור $\overrightarrow{AE}$ למשל שווה לווקטור $\overrightarrow{DC}$ אבל הוא אינו שווה לווקטור $\overrightarrow{CD}$).

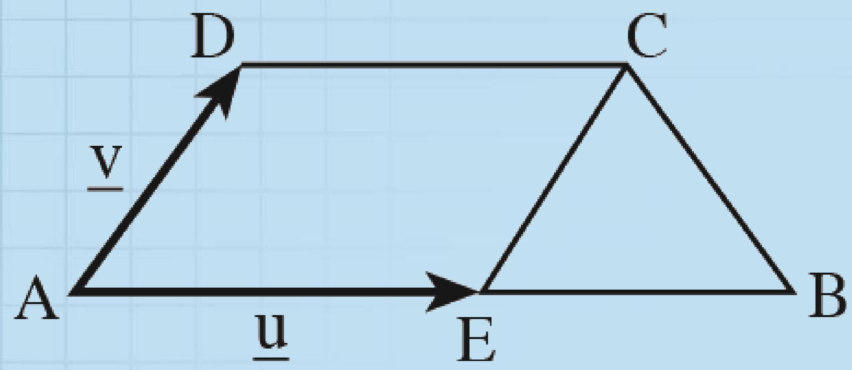
הקנייה



ב. האם הווקטור $\overrightarrow{EB}$ שווה לווקטור $\underline{u}$? הסבר.

ב. הקטע EB נמצא על **המשך** הקטע AE לכן הווקטור $\overrightarrow{EB}$ הוא **באותו כיוון** של הווקטור $\underline{u}$. אולם, עפ"י הנתונים, לא ניתן לקבוע אם הקטע EB שווה באורכו לקטע AE מכאן שאין אפשרות לקבוע אם הווקטור $\overrightarrow{EB}$ שווה לווקטור $\underline{u}$.

הקנייה



ג. האם הווקטור $\overrightarrow{BC}$ שווה לווקטור $\underline{v}$? הסבר.

ג. הווקטור $\overrightarrow{BC}$ שווה אמנם **באורכו** לווקטור $\overrightarrow{AD}$, כי הטרפז שווה שוקיים, אבל **לא בכיוונו**. לכן הווקטור $\overrightarrow{BC}$ אינו שווה לווקטור $\underline{v}$.

בהצלחה