פתרון תרגיל

מקומות גיאומטריים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

582 , עמ' 207, ת. 7

המצגת נערכה ע״י שירי דוברין

השאלה

7) שני קודקודים של משולש ABC הם בנקודות $A(0,0)$ ו-$B(9,0)$. הקודקוד C נמצא על האליפסה $x^2+2y^2=81$.

א. מצא את המקום הגיאומטרי של מפגש התיכונים של המשולש.

ב. מצא את הקודקוד C אם נתון שמשוואת התיכון לצלע BC היא $y=\frac{1}{2}x$.

שני קודקודים של משולש ABC הם בנקודות $A(0,0)$ ו-$B(9,0)$. הקודקוד C נמצא על האליפסה $x^2+2y^2=81$.

א. מצא את המקום הגיאומטרי של מפגש התיכונים של המשולש.

פתרון

נסמן את הנקודה על המקום הגיאומטרי (x,y)
ואת הקודקוד $C(x_C,y_C)$

נקודת מפגש תיכונים במשולש שווה לממוצע שיעורי קודקודי המשולש:

$$x=\frac{0+9+x_C}{3}$$

$$y=\frac{0+0+y_C}{3}$$

שני קודקודים של משולש ABC הם בנקודות $A(0,0)$ ו-$B(9,0)$. הקודקוד C נמצא על האליפסה $x^2+2y^2=81$.

א. מצא את המקום הגיאומטרי של מפגש התיכונים של המשולש.

פתרון

נבטא את שיעורי הקודקוד $C(x_C,y_C)$ באמצעות המקום הגיאומטרי (x,y)

ונציב את הביטוי שיתקבל במשוואת האליפסה,

שהרי הנקודה C עליה ולכן מקיימת את משוואתה

שני קודקודים של משולש ABC הם בנקודות $A(0,0)$ ו-$B(9,0)$. הקודקוד C נמצא על האליפסה $x^2+2y^2=81$.

א. מצא את המקום הגיאומטרי של מפגש התיכונים של המשולש.

פתרון

$$x=\frac{9+x_C}{3}$$

$$y=\frac{y_C}{3}$$

$$\boldsymbol{x_C=3x-9}$$

$$\boldsymbol{y_C=3y}$$

על מנת שייווצר משולש, נדרוש שהנקודה C לא תהיה על הישר AB

שני קודקודים של משולש ABC הם בנקודות A(0,0) ו-B(9,0). הקודקוד C נמצא על האליפסה $x^2+2y^2=81$.

א. מצא את המקום הגיאומטרי של מפגש התיכונים של המשולש.

פתרון

על מנת שייווצר משולש, נדרוש שהנקודה C לא תהיה על הישר AB

$$\boldsymbol{AB: y = 0}$$

$$y_C = 3y \neq 0$$

$$y \neq 0$$

שני קודקודים של משולש ABC הם בנקודות $A(0,0)$ ו-$B(9,0)$. הקודקוד C נמצא על האליפסה $x^2+2y^2=81$.

א. מצא את המקום הגיאומטרי של מפגש התיכונים של המשולש.

פתרון

$$\boldsymbol{x_C^2+2y_C^2=81}$$

$$(3x-9)^2+2(3y)^2=81$$

$$9x^2-54x+81+18y^2=81$$

$$9x^2-54x+18y^2=0$$

שני קודקודים של משולש ABC הם בנקודות $A(0,0)$ ו-$B(9,0)$. הקודקוד C נמצא על האליפסה $x^2+2y^2=81$.

א. מצא את המקום הגיאומטרי של מפגש התיכונים של המשולש.

פתרון

$$9x^2-54x+18y^2=0$$

$$x^2-6x+2y^2=0$$

נשלב את הדרישה, $y \neq 0$:

$$x^2-6x+0\neq 0$$

$$\boldsymbol{x \neq 0} \qquad \boldsymbol{x \neq 6}$$

שני קודקודים של משולש ABC הם בנקודות $A(0,0)$ ו-$B(9,0)$. הקודקוד C נמצא על האליפסה $x^2+2y^2=81$.

א. מצא את המקום הגיאומטרי של מפגש התיכונים של המשולש.

פתרון

המקום הגיאומטרי של מפגש התיכונים:

$$x^2-6x+2y^2=0$$

$$(x,y)\neq(0,0) \qquad (x,y)\neq(6,0)$$

ב. מצא את הקודקוד C אם נתון שמשוואת התיכון לצלע BC היא $y = \frac{1}{2}x$.

פתרון

נקודת מפגש התיכונים על משוואת התיכון ולכן מקיימת את משוואתו:

$$x^2 - 6x + 2y^2 = 0$$

$$x^2 - 6x + 2\left(\frac{1}{2}x\right)^2 = 0$$

$$x^2 - 6x + \frac{x^2}{2} = 0$$

ב. מצא את הקודקוד C אם נתון שמשוואת התיכון לצלע BC היא $y = \frac{1}{2}x$.

פתרון

$$\frac{3}{2}x^2 - 6x = 0$$

$$x\left(\frac{3}{2}x - 6\right) = 0$$

$$\cancel{x = 0} \qquad x = 4 \quad \Rightarrow \quad y = 2$$

$$x \neq 0$$

ב. מצא את הקודקוד C אם נתון שמשוואת התיכון לצלע BC היא $y = \frac{1}{2}x$.

פתרון

$$x_C = 3x - 9 = 12 - 9 = 3$$

$$y_C = 3y = 6$$

$$\boldsymbol{C(3,6)}$$

בהצלחה