תרגיל לדוגמה

מקומות גיאומטריים – המעגל

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

582 , עמ' 181, דוגמה א'

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

תרגיל לדוגמה

דוגמא א':

א. מצא את המקום הגיאומטרי של כל הנקודות שמרחקן מהנקודה $A(-4,-3)$ גדול פי $1\frac{1}{2}$ ממרחקן מהנקודה $B(1,2)$.

ב. הראה שהמקום הגיאומטרי הוא מעגל, מצא את מרכזו ואת רדיוסו.

ג. הוכח שמרכז המעגל הנ"ל נמצא על הישר העובר דרך הנקודות A ו-B.

תרגיל לדוגמה

פתרון:

א. נסמן נקודה כלשהי על המקום הגיאומטרי הנ"ל ב-(x,y) ונמצא **משוואה המקשרת בין x ל-y**.

מרחק הנקודה (x,y) מהנקודה $A(-4,-3)$ הוא $\sqrt{(x+4)^2+(y+3)^2}$.

מרחק הנקודה (x,y) מהנקודה $B(1,2)$ הוא $\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}$.

לפי הנתון מתקיים: $2\sqrt{(x+4)^2+(y+3)^2} = 3\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}$. נעלה בריבוע ונקבל

$4(x^2+8x+16+y^2+6y+9) = 9(x^2-2x+1+y^2-4y+4)$. אחרי כינוס איברים וצמצום ב-5

מתקבלת המשוואה של המקום הגיאומטרי: $x^2+y^2-10x-12y = 11$.

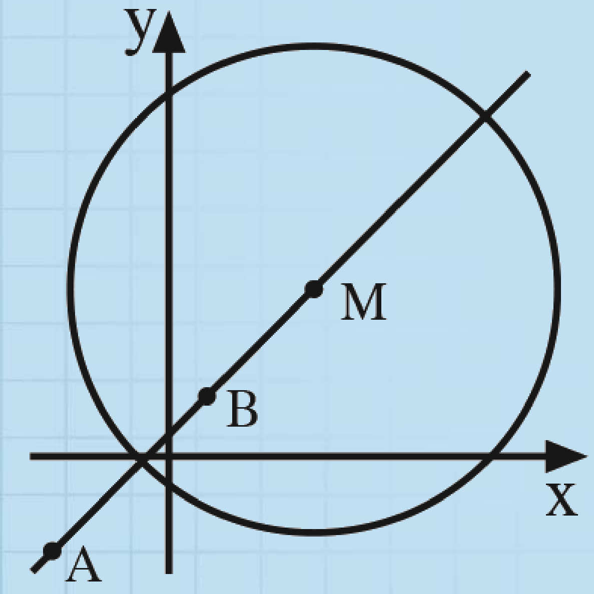
תרגיל לדוגמה

ב. הראה שהמקום הגיאומטרי הוא מעגל, מצא את מרכזו ואת רדיוסו.

ב. ע"י השלמה לריבוע נקבל מהמשוואה הנ"ל את המשוואה:
$x^2-10x+25+y^2-12y+36 = 72$, כלומר $(x-5)^2+(y-6)^2 = 72$. זאת משוואה של מעגל
שמרכזו בנקודה $M(5,6)$ ורדיוסו $\sqrt{72}$.

תרגיל לדוגמה

ג. הוכח שמרכז המעגל הנ"ל נמצא על הישר העובר דרך הנקודות A ו-B.



ג. אפשר להוכיח שהנקודות $A(-4,-3)$, $B(1,2)$ ו-$M(5,6)$ נמצאות על ישר אחד ע"י שמראים ששיפועי הישרים AB ו-BM שווים זה לזה.

לשיפוע הישר AB נקבל $m_1 = \frac{-3-2}{-4-1} = 1$

ואילו לשיפוע הישר BM נקבל $m_2 = \frac{2-6}{1-5} = 1$.

היות ושני הישרים AB ו-BM עוברים דרך הנקודה B והם בעלי אותו שיפוע הרי שהם מתלכדים לישר אחד.

תרגיל לדוגמה

טענה:

המקום הגיאומטרי של כל הנקודות שיחס מרחקיהן משתי נקודות נתונות הוא קבוע ושונה מ-1 הוא מעגל.

הערה: המעגל נקרא מעגל **אפולוניוס**.

בהצלחה