

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = 3x^3 + x^2 + 4x + C \Big|_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x(\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

הקנייה

מקומות גיאומטריים - הישר

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'-1

582, עמ' 174-176

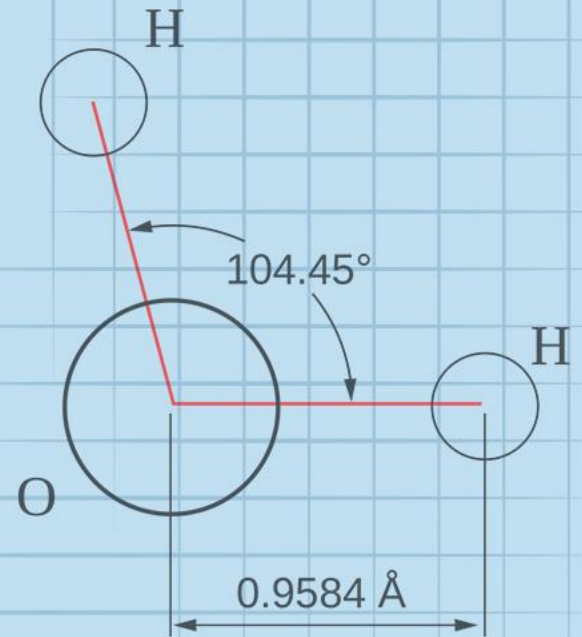
המצגת נערכה ע"י שירי דוברין
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{全てのスペース}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[\gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



הקנייה

השיטה הכללית למציאת מקום גיאומטרי

בפרק זה נעסוק בפתרון בעיות הקשורות למקומות גיאומטריים. כפי שראינו, מקום גיאומטרי הוא אוסף של נקודות בעלות תכונה מסויימת. נסביר תחילה, באופן כללי, את הדרך למציאת מקום גיאומטרי.

הקנייה

בדרך כלל נסמן נקודה על המקום הגיאומטרי המבוקש ע"י (x, y) . מטרתנו היא למצוא משוואה המקשרת בין x ל- y , משוואה זו תייצג את המקום הגיאומטרי המבוקש. לפעמים, בבעיה עצמה נתון מקום גיאומטרי מסויים. במקרה כזה נסמן נקודה עליו, בדרך כלל ע"י (x_1, y_1) . חשוב לזכור שבמקרה כזה קיימת משוואה המקשרת בין x_1 ל- y_1 . לכן נשתדל להביע את x_1 ו- y_1 באמצעות x ו- y ולהיעזר במשוואה המקשרת בין x_1 ל- y_1 כדי לקבל משוואה המקשרת בין x ל- y שתייצג את המקום הגיאומטרי הדרוש.

בהמשך נביא דוגמאות למציאת מקומות גיאומטריים הקשורים למקומות הגיאומטריים שהכרנו והם: הישר, המעגל, הפרבולה והאליפסה.

הקנייה

זיהוי המקום הגיאומטרי

נשים לב להבדל שבין מציאת המקום הגיאומטרי לבין זיהוי המקום הגיאומטרי. מציאת המקום הגיאומטרי פירושה, כפי שראינו, מציאת משוואה המקשרת בין x ל- y . זיהוי המקום הגיאומטרי פירושו הוא לקבוע מהו המקום הגיאומטרי שהתקבל. ייתכן שלא נוכל לזהות את המקום הגיאומטרי, למרות שנמצא משוואה המקשרת בין x ל- y . אנו נתרכז בזיהוי המקום הגיאומטרי רק בתנאי שהוא אחד מהמקומות הגיאומטריים שלמדנו עליהם והם: הישר, המעגל, הפרבולה הקנונית והאליפסה הקנונית. בדרך כלל נעשה זאת ע"י התבוננות במשוואה שמקשרת בין x ל- y . לא נביא כאן הסבר מדוייק ונסתפק בכמה דוגמאות.

הקנייה

דוגמאות:

הישר

– המשוואה $3x - 4y - 2 = 0$ מייצגת ישר.

זאת משוואה ממעלה ראשונה שבה המקדמים של x ו- y לא שווים שניהם לאפס.

המעגל

– המשוואה $2x^2 + 2y^2 - 3x = 0$ מייצגת מעגל.

המקדמים של x^2 ו- y^2 שווים זה לזה וע"י השלמה לריבוע מתקבל רדיוס חיובי.

הקנייה

הפרבולה – המשוואה $2y^2 - 5x = 0$ מייצגת פרבולה קנונית.
המקדמים של y^2 ו- x הפוכים בסימניהם.

האליפסה – המשוואה $x^2 + 4y^2 - 9 = 0$ מייצגת אליפסה קנונית.
המקדמים של x^2 ו- y^2 שונים זה מזה, בעלי סימנים זהים וסימנו של המקדם החופשי הפוך לסימן של שניהם.

הקנייה

לדוגמא – נניח שנתונות הנקודות $(1,0)$ ו- $(5,0)$. ברצוננו למצוא מה מאפיין את כל הנקודות הנמצאות במרחקים שווים משתי הנקודות הנ"ל. (ידוע שכל הנקודות הנמצאות במרחקים שווים משתי נקודות נתונות נמצאות על האנך האמצעי לקטע המחבר אותן. במקרה זה קל לראות שהאנך האמצעי לקטע שקצותיו הם $(1,0)$ ו- $(5,0)$ הוא הישר $x = 3$ המאונך לציר ה- x).

הקנייה

ניסוח הטענה (המאפיינת את הנקודות הנ"ל) כתכונה יהיה: "הוכח: שיעור ה- x של כל הנקודות הנמצאות במרחקים שווים מהנקודות $(1,0)$ ו- $(5,0)$ הוא קבוע ושווה ל-3".

ניסוח הטענה כמקום גיאומטרי יהיה: "מצא את המקום הגיאומטרי של כל הנקודות הנמצאות במרחקים שווים מהנקודות $(1,0)$ ו- $(5,0)$ והוכח שהוא הישר $x = 3$ ".
ההוכחה, כמובן, דומה בשני המקרים.

הקנייה

דוגמא א':

נתונות הנקודות $A(1,0)$ ו- $B(5,0)$. מצא את המקום הגיאומטרי של מרכזי הכובד של כל המשולשים ששני קודקודים שלהם הם בנקודות $A(1,0)$ ו- $B(5,0)$ והקודקוד השלישי C הוא על הישר $y = x$.

פתרון:

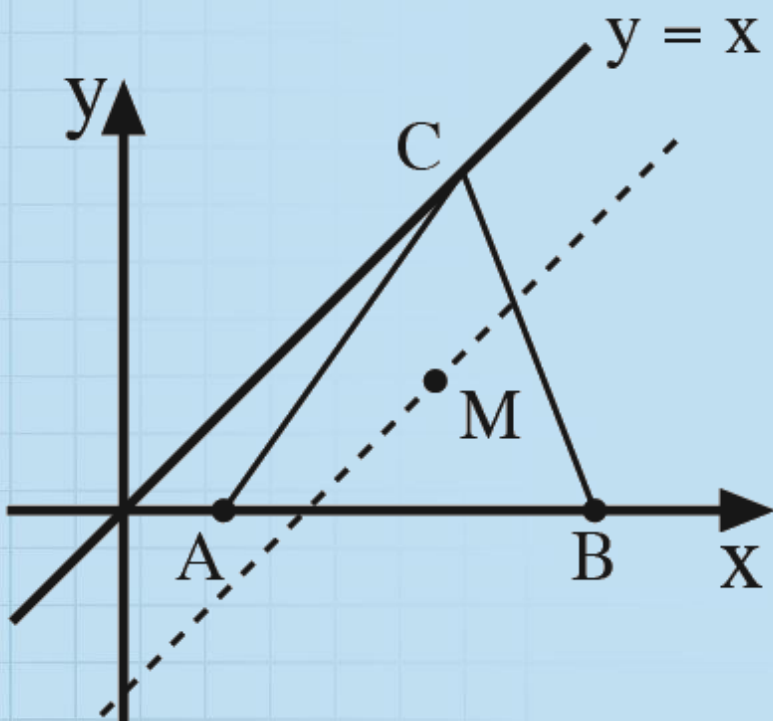
נסמן את הקודקוד C של המשולש ב- $C(x_1, y_1)$ ואת מרכז הכובד של משולש כנ"ל נסמן ב- $M(x, y)$. מטרתנו למצוא משוואה המקשרת בין x ו- y .

הקנייה

(מפגש התיכונים) של משולש

שקודקודיו הם (x_1, y_1) , (x_2, y_2) ו- (x_3, y_3) הוא

בנקודה $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$



$$x = \frac{1+5+x_1}{3}$$

$$y = \frac{0+0+y_1}{3}$$

הקנייה

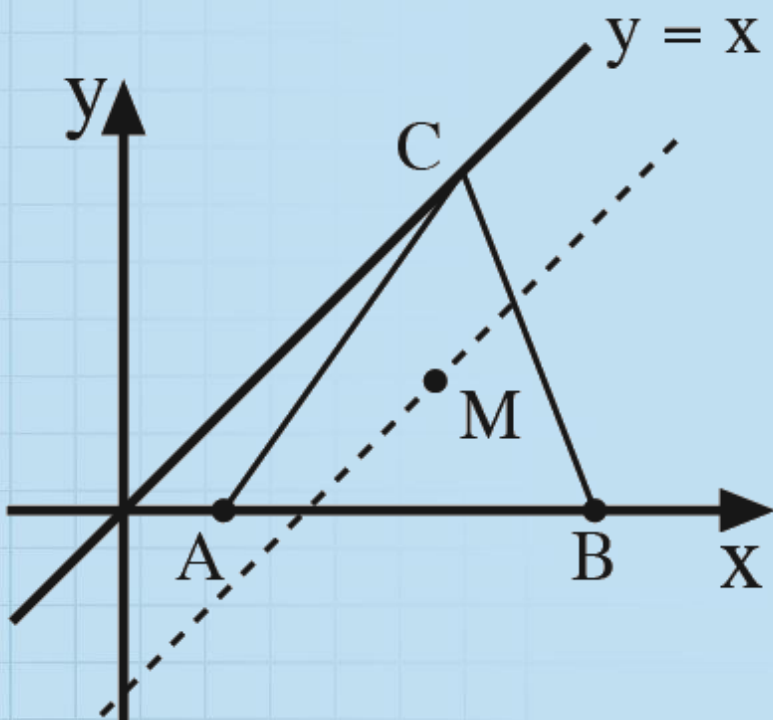
נביע את x_1 ו- y_1 באמצעות x ו- y ,

$$x_1 = 3x - 6 \qquad y_1 = 3y$$

הנקודה (x_1, y_1) נמצאת על הישר $y = x$,

$$x_1 = y_1$$

$$3x - 6 = 3y$$



הקנייה

המקום הגיאומטרי המבוקש הוא הישר $y = x - 2$.

הערה: למען הדיוק כדאי לשים לב שאם הקודקוד C הוא בנקודה $(0, 0)$, הנמצאת על הישר $y = x$, לא מתקבל משולש (כי כל הקודקודים על ציר ה-x). הנקודה על הישר $y = x - 2$ המתאימה למצב זה היא $(2, 0)$. לכן, למעשה המקום הגיאומטרי הוא הישר $y = x - 2$ ללא הנקודה $(2, 0)$.

בהצלחה