פתרון תרגיל

אסימפטוטות אופקיות – פונקציות רציונאליות

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–2

481 , עמ' 49, ת. 37

המצגת נערכה ע״י עומרי נווה

השאלה

37) הישרים $x = 3$ ו-$x = 5$ הם אסימפטוטות אנכיות של הפונקציה $f(x) = \frac{-x^2}{ax^2+bx+15}$.

א. מצא את a ו-b.

ב. מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה.

ג. הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = f(x)+3.5$. מצא את האסימפטוטה האופקית של $g(x)$.

א. מצא את a ו-b.

פתרון

הישרים $x = 3$ ו-$x = 5$ הם אסימפטוטות אנכיות של הפונקציה

$$f(x) = \frac{-x^2}{ax^2 + bx + 15}$$

$$ax^2 + bx + 15 = 0$$

$$a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + 15 = 0$$

$$25a + 5b = -15$$

$$a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + 15 = 0$$

$$9a + 3b = -15$$

$$\begin{cases} 25a + 5b = -15 \\ 9a + 3b = -15 \end{cases}$$

א. מצא את a ו-b.

פתרון

$$\begin{cases} 25a + 5b = -15 \; /:5 \\ 9a + 3b = -15 \; /:3 \end{cases}$$

$$-\begin{cases} 5a + b = -3 \\ 3a + b = -5 \end{cases} \longrightarrow 3 + b = -5$$

$$2a = 2 \; /:2 \qquad b = -8$$

$$a = 1$$

ב. מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה.

פתרון

$$f(x)=\frac{-x^2}{x^2-8x+15}$$

החזקה הגבוהה ביותר במונה היא x^2 והמקדם הוא -1

החזקה הגבוהה ביותר במכנה היא x^2 והמקדם הוא 1

לכן **האסימפטוטה האופקית** היא $y=-\frac{1}{1}$ כלומר הישר $y=-1$

ג. הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = f(x) + 3.5$. מצא את האסימפטוטה האופקית של $g(x)$.

פתרון

$$g(x) = f(x) + 3.5 = \frac{-x^2}{x^2 - 8x + 15} + 3.5$$

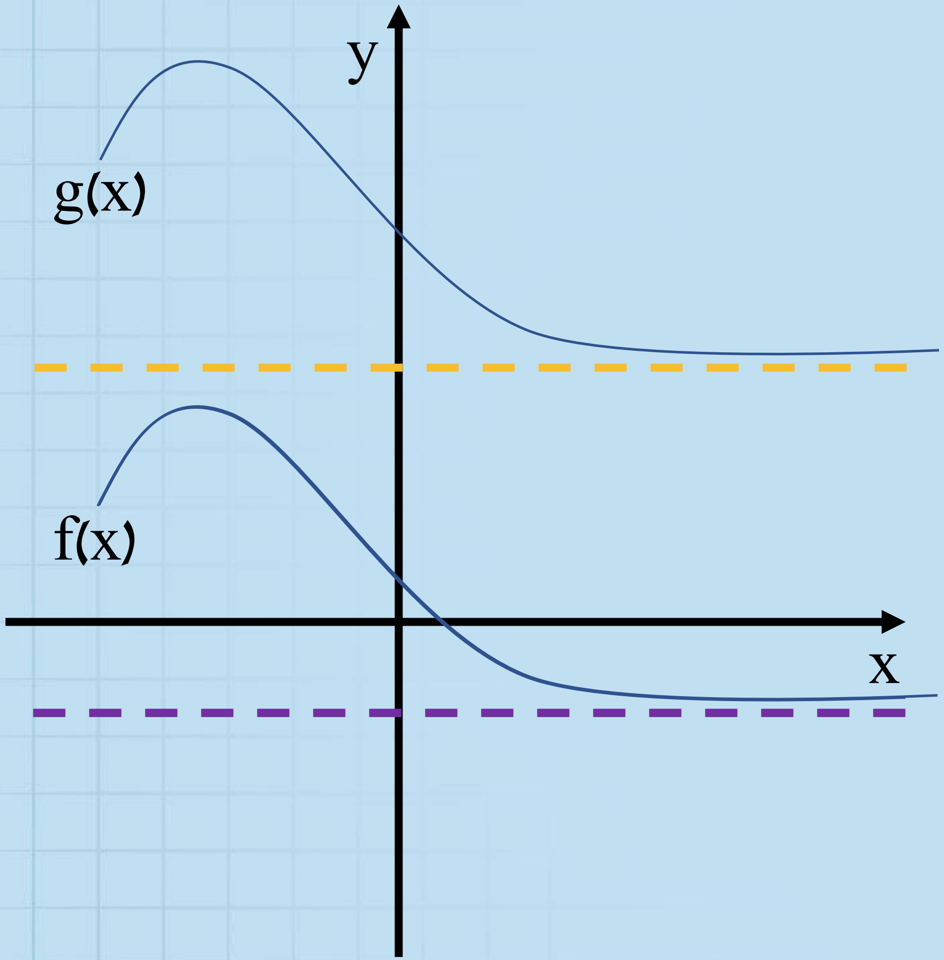
$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{-x^2}{x^2 - 8x + 15} = -1$$

$$\lim_{x \to \pm\infty} g(x) = -1 + 3.5 = 2.5$$

$$\lim_{x \to \pm\infty} 3.5 = 3.5$$

ג. הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = f(x) + 3.5$. מצא את האסימפטוטה האופקית של $g(x)$.

פתרון



נתונה הפונקציה $f(x)$ ולה אסימפטוטה אופקית

הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x) = f(x) + 3.5$
היא הזזה אנכית של הפונקציה $f(x)$ ב-3.5
יחידות כלפי מעלה

ניתן לראות שגם האסימפטוטה האופקית
"תזוז 3.5 יחידות כלפי מעלה"

לכן האסימפטוטה האופקית של $g(x)$ היא $2.5 = -1 + 3.5$

בהצלחה