הקנייה

הגדרת האינטגרל המסויים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'2

581 , עמ' 374-375

המצגת נערכה שירלי גורפינקל

האינטגרל המסויים

הגדרת האינטגרל המסויים

בסעיפים הקודמים הגדרנו מהי פונקציה קדומה $F(x)$ לפונקציה $f(x)$ וראינו את הקשר שלה לאינטגרל הלא מסויים, ז"א $\boxed{\int f(x)\,dx = F(x) + c}$. נביא עכשיו את ההגדרה של מושג **האינטגרל המסויים של פונקציה**.

הקנייה

האינטגרל המסויים

הגדרה:

האינטגרל המסויים – תהי $f(x)$ פונקציה המוגדרת בתחום $a \le x \le b$
ותהי $F(x)$ פונקציה קדומה שלה, ז"א $F'(x) = f(x)$. ההפרש $F(b) - F(a)$
נקרא האינטגרל המסויים של הפונקציה $f(x)$ בתחום $a \le x \le b$.

בנוסחה מסמנים זאת כך: $$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)}$$

אינטגרל זה נקרא האינטגרל מ-a עד b. המספרים a ו-b נקראים **גבולות האינטגרציה**
(a הגבול **התחתון** ו-b הגבול **העליון**).

הקנייה

האינטגרל המסויים

$$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)}$$

כדי לחשב את האינטגרל המסויים צריך למצוא פונקציה קדומה ל-$f(x)$ ז"א לחשב את האינטגרל $\int f(x)\,dx$, לאחר מכן להציב פעם $x = b$ ופעם $x = a$ ולחשב את ההפרש.

כאשר מחשבים את הפונקציה הקדומה אפשר תמיד לבחור $c = 0$ כי החיסור מבטל את c.

את ההפרש $F(b) - F(a)$ נהוג לרשום בצורה $\left[F(x)\right]_a^b$ או גם בצורה $F(x)\Big|_a^b$.

הקנייה

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

האינטגרל המסויים

חישובים בעזרת האינטגרל המסויים

נביא דוגמאות עפ"י סוגי הפונקציות.

דוגמא א' (פולינומים ופונקציות רציונאליות):

חשב את האינטגרלים המסויימים הבאים:

(1) $\int_0^3 x^2\,dx$.

(2) $\int_{-2}^2 (x^3-x)\,dx$.

(3) $\int_{-1}^{-\frac{1}{2}} \frac{2}{x^3}\,dx$.

הקנייה

האינטגרל המסויים

$$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)}$$

פתרונות:

(1) $\int_0^3 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^3 = \frac{3^3}{3} - \frac{0^3}{3} = 9-0 = 9$.

(2) $\int_{-2}^2 (x^3-x)\,dx = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}\right]_{-2}^2 = \left(\frac{2^4}{4} - \frac{2^2}{2}\right) - \left(\frac{(-2)^4}{4} - \frac{(-2)^2}{2}\right) = (4-2)-(4-2) = 2-2 = 0$.

(3) $\int_{-1}^{-\frac{1}{2}} \frac{2}{x^3} dx = \left[-\frac{1}{x^2}\right]_{-1}^{-\frac{1}{2}} = \left(-\frac{1}{\frac{1}{4}}\right) - \left(-\frac{1}{1}\right) = -4+1 = -3$.

בהצלחה