

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = 3x^3 + x^2 + 4x + C \Big|_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x(\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

# תרגיל לדוגמה

בעיות קיצון בפונקציות וגרפים - פונקציות רציונאליות

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'2

581, עמ' 330, דוגמה א'

המצגת נערכה שירלי גורפינקל כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{全てのスペース}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

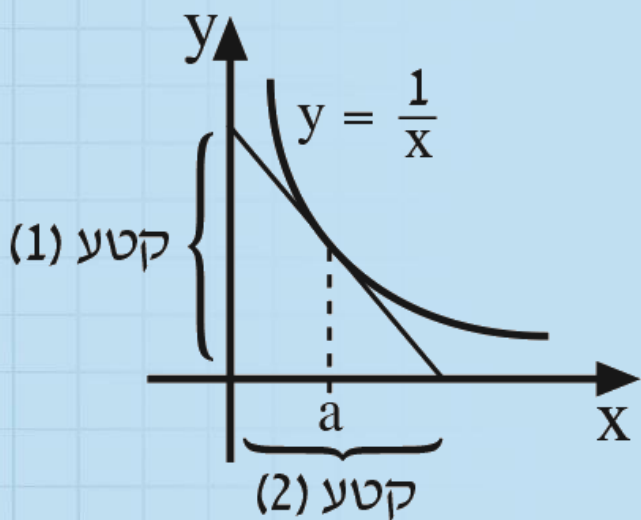
$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[ \gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



# תרגיל לדוגמה

בעיות קיצון בפונקציות וגרפים –  
עפ"י סוגי פונקציות



דוגמא א' (פונקציה רציונאלית):

לגרף הפונקציה  $y = \frac{1}{x}$ , ברביע הראשון, העבירו משיק בנקודה כלשהי. מצא את שיעור נקודת ההשקה עבורה סכום הקטעים שהמשיק מקצה על הצירים הוא מינימלי.

# תרגיל לדוגמה

פתרון:

נסמן ב- $a$  את שיעור ה- $x$  של נקודת ההשקה. לכן

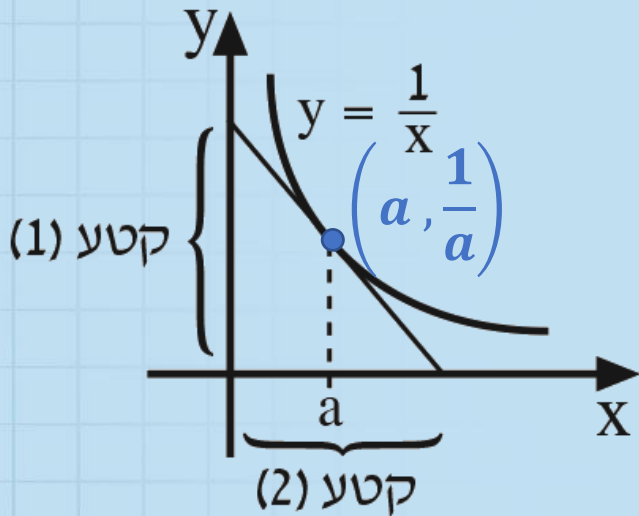
שיעור ה- $y$  של הנקודה הוא  $\frac{1}{a}$ .

הנגזרת היא  $y' = -\frac{1}{x^2}$  ולכן שיפוע המשיק בנקודה

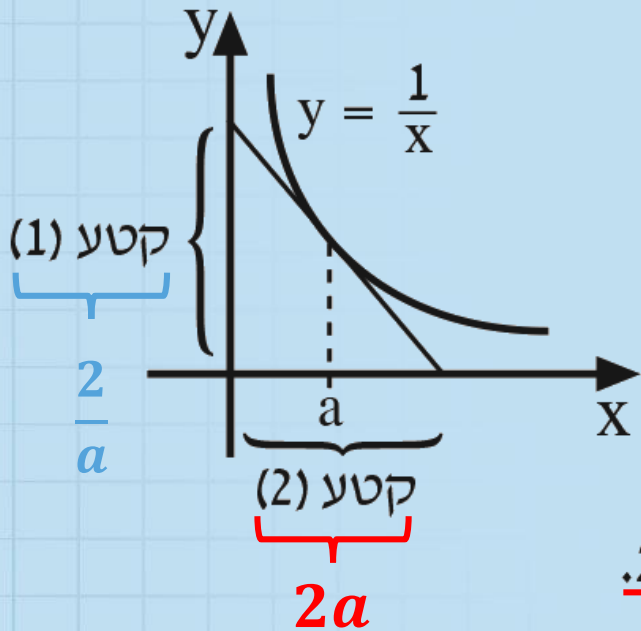
$x = a$  הוא  $m = -\frac{1}{a^2}$ .

מכאן נקבל שמשוואת המשיק היא:

$$y - \frac{1}{a} = -\frac{1}{a^2}(x - a)$$



# תרגיל לדוגמה



מכאן נקבל שמשוואת המשיק היא:  $y - \frac{1}{a} = -\frac{1}{a^2}(x - a)$

אם נציב  $x = 0$  במשוואת המשיק נקבל  $y = \frac{2}{a}$

אם נציב  $y = 0$  במשוואה נקבל  $x = 2a$

כלומר, אורך הקטע על ציר ה- $y$  הוא  $\frac{2}{a}$  ועל ציר ה- $x$  הוא  $2a$ .

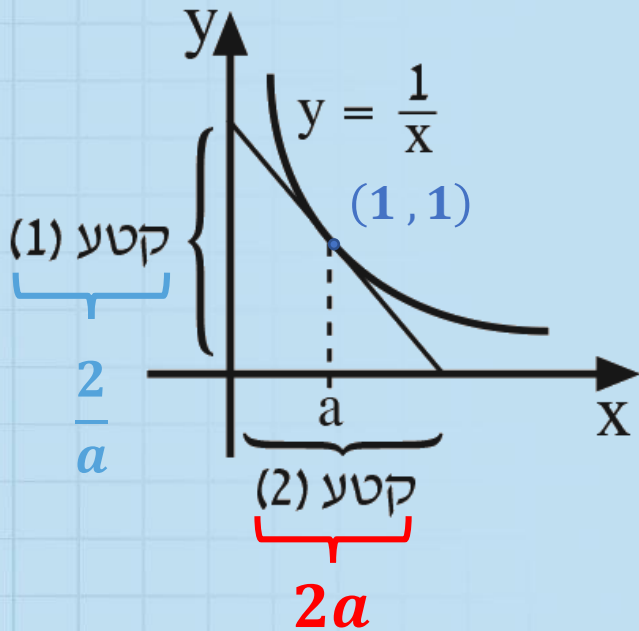
# תרגיל לדוגמה

לסכום הקטעים שנשמנו ב- $f(a)$  נקבל:  $f(a) = \frac{2}{a} + 2a$ . נגזור לפי  $a$  ונשווה לאפס,

נקבל:  $f'(a) = -\frac{2}{a^2} + 2 = 0$ . ברביע הראשון נקבל  $a = 1$ . בעזרת הנגזרת השנייה

רואים שמתקבל מינימום. שיעור ה- $y$  הוא 1.

לסיכום: נקודת ההשקה המבוקשת היא  $(1, 1)$ .



# בהצלחה