# תרגיל לדוגמה

## בעיות קיצון בהנדסת המרחב– תרגילים נוספים

### מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב' 2

**582 , עמ' 312, דוגמה**

המצגת נערכה שירלי גורפינקל

# תרגיל לדוגמה

## בעיות קיצון בהנדסת המרחב — תרגילים נוספים

סעיף זה כולל בעיות קיצון נוספות בהנדסת המרחב.

**דוגמא:**

גוף שגובהו $h$ מורכב משתי קוביות המונחות זו על גבי זו. מצא מה צריך להיות אורך המקצוע של כל אחת מהקוביות כדי שנפח הגוף יהיה:

א. מינימלי. ב. מקסימלי.

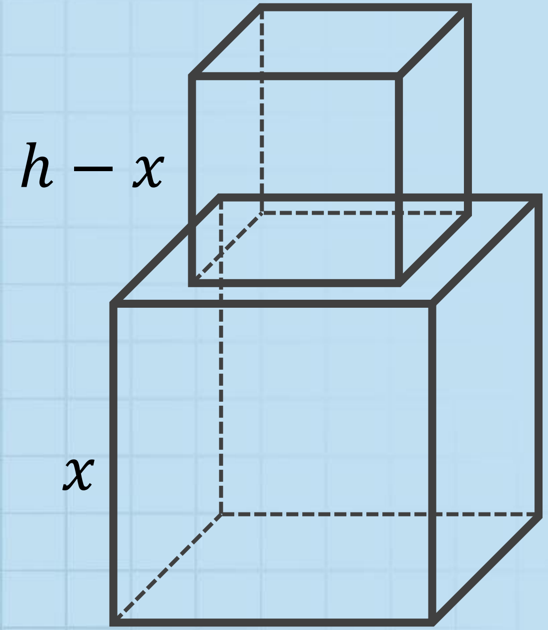
# תרגיל לדוגמה

**פתרון:**

א. נסמן את המקצוע של הקוביה התחתונה ב- x

ואז המקצוע של הקוביה העליונה הוא $h-x$.

אם y מסמן את נפח הגוף כולו נקבל: $y = x^3+(h-x)^3$.



# תרגיל לדוגמה

$$y = x^3+(h-x)^3.$$

נגזור ונשווה לאפס:

$$y' = 3x^2+3(h-x)^2\cdot(-1) = 3x^2-3h^2+6hx-3x^2 = 6hx-3h^2 = 0.$$

הפתרון הוא: $x = \frac{h}{2}$. נגזרת שנייה היא $y'' = 6h$, לכן מתקבל נפח מינימלי אם שתי הקוביות זהות והמקצוע של כל אחת מהן הוא $\frac{h}{2}$.

# תרגיל לדוגמה

גוף שגובהו $h$ מורכב משתי קוביות המונחות זו על גבי זו. מצא מה צריך להיות אורך המקצוע של כל אחת מהקוביות כדי שנפח הגוף יהיה:

ב. מקסימלי.

ב. כדי למצוא מתי מתקבל נפח מקסימלי לא נוכל להיעזר בנגזרת.
נסתכל בפונקציה שקיבלנו לנפח $y = x^3+(h-x)^3$, למעשה צריך למצוא מתי מתקבל **המקסימום המוחלט** של הפונקציה בתנאי ש- $0 \le x \le h$. אם נפתח סוגריים נקבל:
$y = x^3+h^3-3h^2x+3hx^2-x^3 = 3hx^2-3h^2x+h^3$. זאת משוואה של פרבולה (ישרה), קל לראות שהמקסימום מתקבל בנקודות הקצה של התחום $0 \le x \le h$. לכן הנפח המקסימלי של הגוף (בהנחה שהוא יכול להיות מורכב גם מקוביה אחת בלבד) יתקבל כאשר מקצוע קוביה אחת הוא $h$ ומקצוע קוביה שנייה הוא $0$. (או להיפך).

# בהצלחה