תרגיל לדוגמה

בעיות קיצון בהנדסת המרחב– פולינומים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב' 2

582 , עמ' 302, דוגמה א'

המצגת נערכה שירלי גורפינקל

תרגיל לדוגמה

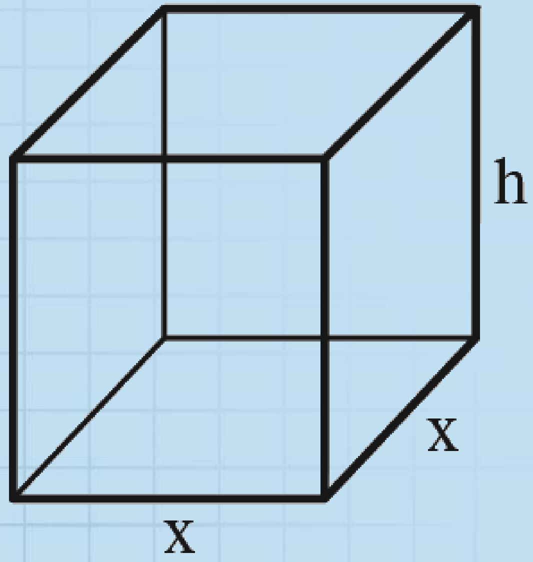
בעיות קיצון בהנדסת המרחב — עפ"י סוגי פונקציות

דוגמא א' (פולינום):

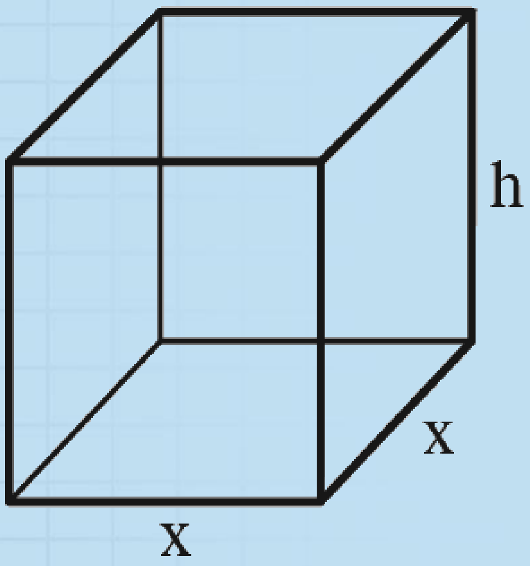
יש לבנות תיבה הפתוחה מלמעלה שבסיסה ריבוע ושטח פניה (המורכב מבסיס אחד ו-4 פאות צדדיות) הוא 75 סמ"ר.

א. מצא מה צריכים להיות מקצועות התיבה כדי שנפחה יהיה מקסימלי.

ב. חשב את הנפח המקסימלי.



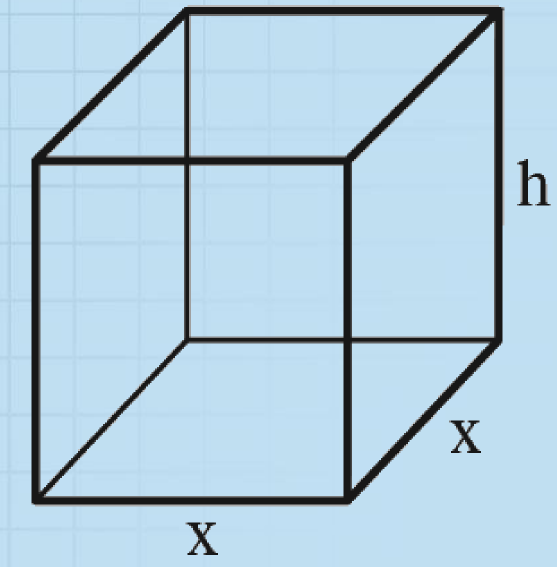
תרגיל לדוגמה



פתרון:

א. נסמן ב-x את מקצוע הבסיס ונביע את גובה התיבה h באמצעות x והנתון הקבוע שהוא שטח הפנים השווה ל-75 סמ"ר. שטח הפנים במקרה זה מורכב מבסיס אחד ששטחו x^2 וארבע פאות ששטחן $4xh$. לכן לפי הנתון $x^2+4xh=75$. נחלץ את h ונקבל $h=\frac{75-x^2}{4x}$.

תרגיל לדוגמה



נפח התיבה (נסמנו ב-y) הוא שטח הבסיס כפול הגובה

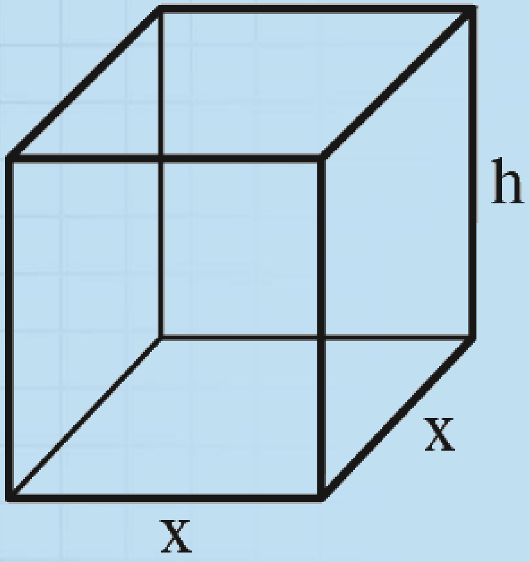
לכן $y = x^2h = x^2 \cdot \frac{75-x^2}{4x} = \frac{75x-x^3}{4}$. נגזור ונשווה לאפס $y' = \frac{75-3x^2}{4} = 0$,

לכן $75-3x^2 = 0$, ז"א $x^2 = 25$ והפתרון המתאים הוא $x = 5$. מכאן שהגובה

הוא $h = \frac{75-25}{20} = 2.5$. כלומר מקצועות התיבה הם: 5 ס"מ, 5 ס"מ, 2.5 ס"מ.

(בעזרת הנגזרת השנייה אפשר להראות שהפתרון $x = 5$ נותן מקסימום).

תרגיל לדוגמה



מקצועות התיבה הם: 5 ס"מ, 5 ס"מ, 2.5 ס"מ.

לצורך חישוב הנפח, נציב חזרה את שיעורי מקצועות התיבה שחושבו,
במשוואת הפונקציה: $y = x^2h$.

ב. הנפח המקסימלי: 62.5 סמ"ק $= y = 5^2 \cdot 2.5$ (מקסימלי).

בהצלחה