

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = 3x^3 + x^2 + 4x + C \Big|_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x(\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

# הקנייה

## המרחק בין ישרים מצטלבים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'-1

567-569 עמ', 582

דוגמאות א', ב'

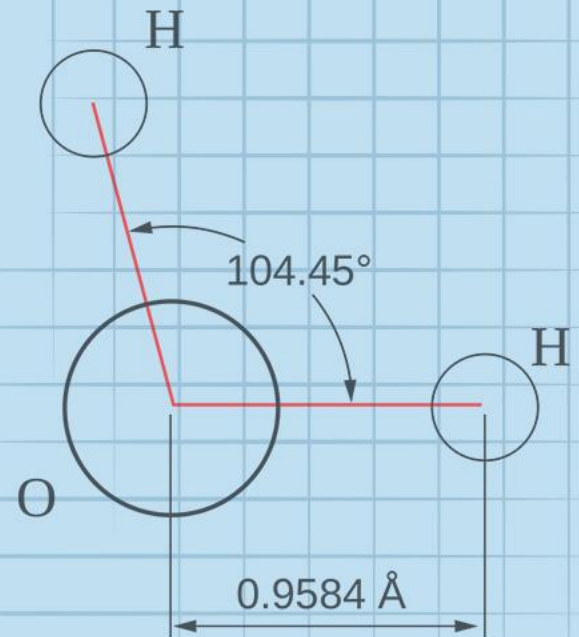
המצגת נערכה ע"י טל מדר  
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{全てのスペース}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[ \gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



# הקנייה

אם  $\ell_1$  ו- $\ell_2$  הם ישרים מצטלבים אז קיים מישור אחד ויחיד העובר דרך  $\ell_2$  והמקביל ל- $\ell_1$ .

המרחק בין ישרים מצטלבים  $\ell_1$  ו- $\ell_2$  הוא המרחק שבין  $\ell_1$  למישור  $\pi$  העובר דרך  $\ell_2$  והמקביל ל- $\ell_1$ .

# הקנייה

דוגמא א':

נתונים הישרים:

$$\ell_2: \underline{x} = (-3, -2, 0) + s(4, -1, 2) \quad \ell_1: \underline{x} = (0, 1, -3) + t(1, 1, 3)$$

א. הוכח שהישרים מצטלבים.

ב. מצא את המרחק ביניהם.

# הקנייה

נתונים הישרים:

$$\ell_2: \underline{x} = (-3, -2, 0) + s(4, -1, 2) \quad \ell_1: \underline{x} = (0, 1, -3) + t(1, 1, 3)$$

א. הוכח שהישרים מצטלבים.

פתרון:

נשווה את ההצגות הפרמטריות של הישרים:

$$(0, 1, -3) + t(1, 1, 3) = (-3, -2, 0) + s(4, -1, 2)$$

# הקנייה

המשוואות הן: (1)  $t = -3 + 4s$ , (2)  $1 + t = -2 - s$ , (3)  $-3 + 3t = 2s$ .

הפתרון של משוואות (1) ו-(2) הוא  $t = -3$ ,  $s = 0$ .

פתרון זה לא מקיים את משוואה (3) ולכן למערכת אין פתרון.

כלומר הישרים מקבילים או מצטלבים.

# הקנייה

וקטורי כיוון של הישרים  $l_1$  ו- $l_2$  הם  $(1, 1, 3)$  ו- $(4, -1, 2)$

ולכן הישרים לא מקבילים אלא מצטלבים.

# הקנייה

נתונים הישרים:

$$\ell_2: \underline{x} = (-3, -2, 0) + s(4, -1, 2) \quad \ell_1: \underline{x} = (0, 1, -3) + t(1, 1, 3)$$

ב. מצא את המרחק ביניהם.

הצגה פרמטרית של המישור העובר דרך  $\ell_2$  והמקביל ל- $\ell_1$  היא:

$$\pi: \underline{x} = (-3, -2, 0) + s(4, -1, 2) + t(1, 1, 3)$$

נמצא הצגה ע"י משוואה.

# הקנייה

אם משוואת המישור  $\pi$  היא  $ax+by+cz+d = 0$  אז

הווקטור  $(a,b,c)$  ניצב לווקטורים  $(4,-1,2)$  ו- $(1,1,3)$

הפורשים את המישור  $\pi$

ולכן:

$$(4,-1,2) \cdot (a,b,c) = 4a-b+2c = 0$$
$$(1,1,3) \cdot (a,b,c) = a+b+3c = 0$$



# הקנייה

פתרון אפשרי הוא:  $(a, b, c) = (-1, -2, 1)$ .

כלומר משוואת המישור  $\pi$  היא  $-x - 2y + z + d = 0$ .

עבור  $s = t = 0$  נקבל שהנקודה  $(-3, -2, 0)$  על המישור וע"י

הצבתה במשוואה נקבל  $d = -7$ .

ז"א שמשוואת המישור  $\pi$  היא  $-x - 2y + z - 7 = 0$ .

# הקנייה

$$.x+2y-z+7 = 0$$

משוואת המישור  $\pi$  היא

$$\underline{x} = (0, 1, -3) + t(1, 1, 3)$$

נבחר נקודה על הישר  $\ell_1$

למשל עבור  $t = 0$  נקבל  $(0, 1, -3)$ .

$$\frac{|1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 - 1 \cdot (-3) + 7|}{\sqrt{1+4+1}} = \frac{|12|}{\sqrt{6}} = \sqrt{24}$$

מכאן שהמרחק הוא:

# הקנייה

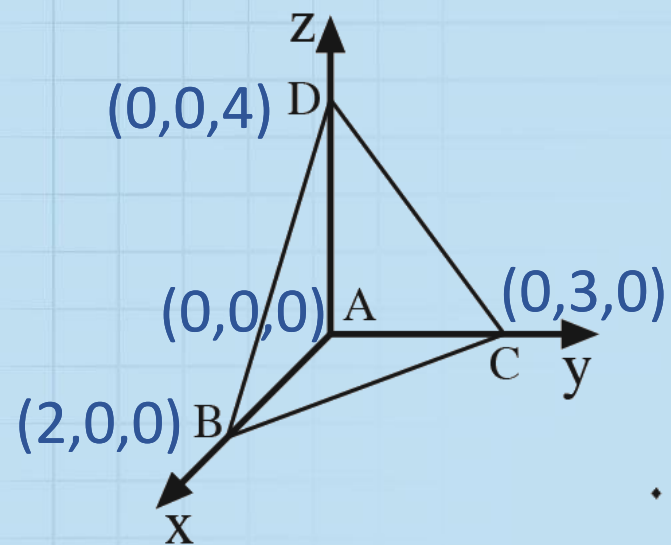
דוגמא ב':

קודקודיו של טטראדר הם:

$A(0,0,0)$ ,  $B(2,0,0)$ ,  $C(0,3,0)$  ו-  $D(0,0,4)$ .

מצא את המרחק בין המקצועות AD ו-BC.

# הקנייה



הצגה פרמטרית של הישר AD (ציר ה-z) היא  $\underline{x} = t(0,0,1)$

הצגה פרמטרית של הישר BC היא  $\underline{x} = (2,0,0) + s(-2,3,0)$

הצגה פרמטרית של המישור העובר דרך BC והמקביל ל-AD

היא  $\underline{x} = (2,0,0) + m(-2,3,0) + n(0,0,1)$

# הקנייה

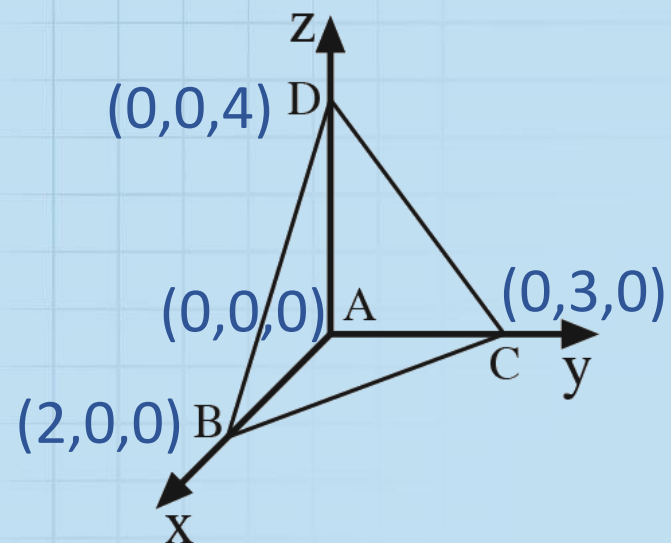
משוואת מישור זה היא  $3x+2y-6=0$ .

(למעשה המישור מקביל לציר ה-z).

נבחר נקודה על הישר AD, למשל  $(0,0,0)$ ,

ואז המרחק בין AD ל-BC הוא:

$$\frac{|3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 6|}{\sqrt{9+4}} = \frac{6}{\sqrt{13}} = 1.66$$



# בהצלחה