

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = 3x^3 + x^2 + 4x + C \Big|_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x(\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

# הקנייה

## ישר ניצב למישור

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'-1  
 582, עמ' 518-517, דוגמה א'

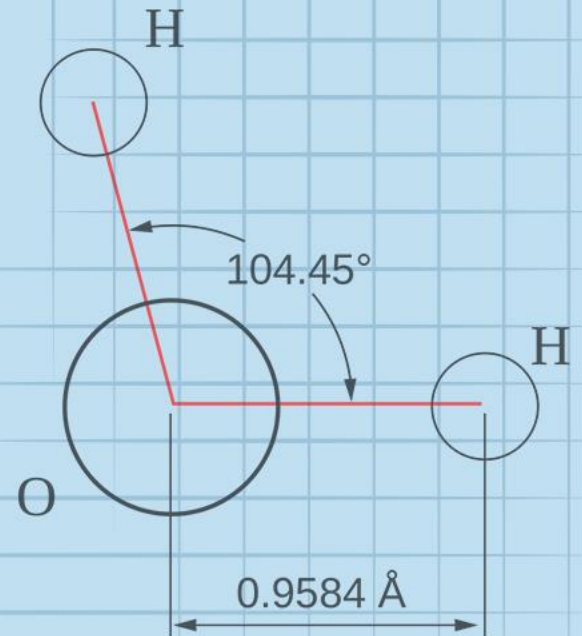
המצגת נערכה ע"י טל מדר  
 כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

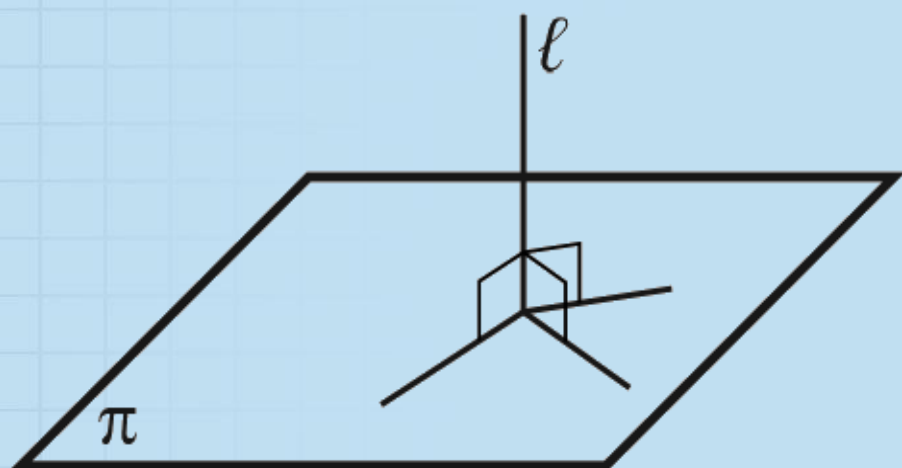
$$\oint_{\text{全てのスペース}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[ \gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



# הקנייה



נזכיר את ההגדרה:

ישר ניצב למישור – ישר  $\ell$  נקרא ניצב  
למישור  $\pi$  אם  $\ell$  ניצב לכל ישר במישור  $\pi$ .  
מסמנים  $\ell \perp \pi$ .

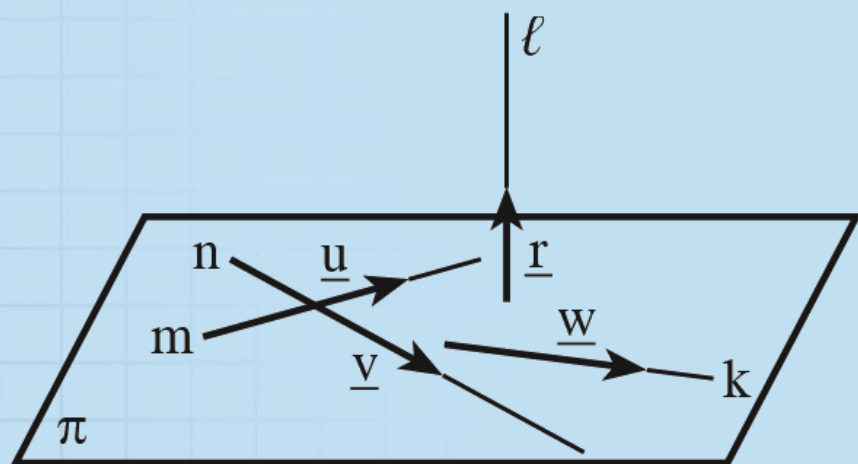
# הקנייה

משפט (1):

ישר ניצב למישור אם ורק אם הוא ניצב לשני ישרים לא מקבילים במישור.

הוכחה:

יהיו  $m$  ו- $n$  שני ישרים לא מקבילים במישור  $\pi$  ויהי  $\ell$  ישר הניצב לשניהם.



נניח ש- $k$  הוא ישר נוסף במישור  $\pi$ .

צ"ל ש- $\ell$  ניצב ל- $k$ .

# הקנייה

יהיו  $\underline{r}$ ,  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$  וקטורים על הישרים  $\ell$ ,  $m$ ,  $n$  ו- $k$  בהתאמה.

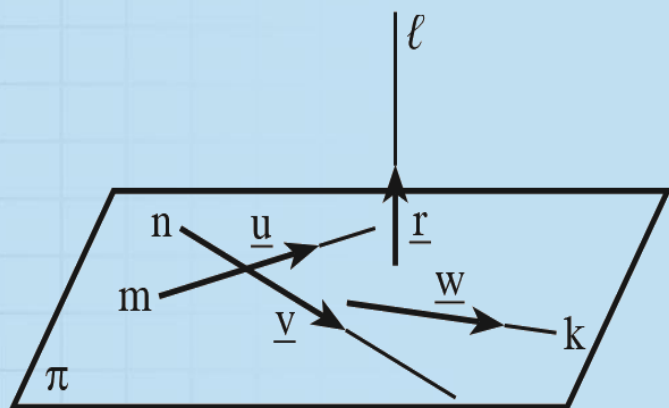
עפ"י הנתון  $\underline{r} \perp \underline{u}$  וגם  $\underline{r} \perp \underline{v}$ , לכן  $\underline{r} \cdot \underline{u} = 0$  וגם  $\underline{r} \cdot \underline{v} = 0$ .

הישרים  $m$  ו- $n$  אינם מקבילים לכן

הווקטורים  $\underline{u}$  ו- $\underline{v}$  פורשים את המישור  $\pi$ .

הישר  $k$  נמצא במישור  $\pi$  לכן ישנם  $s$  ו- $t$  עבורם

$$\underline{w} = t\underline{u} + s\underline{v}$$



# הקנייה

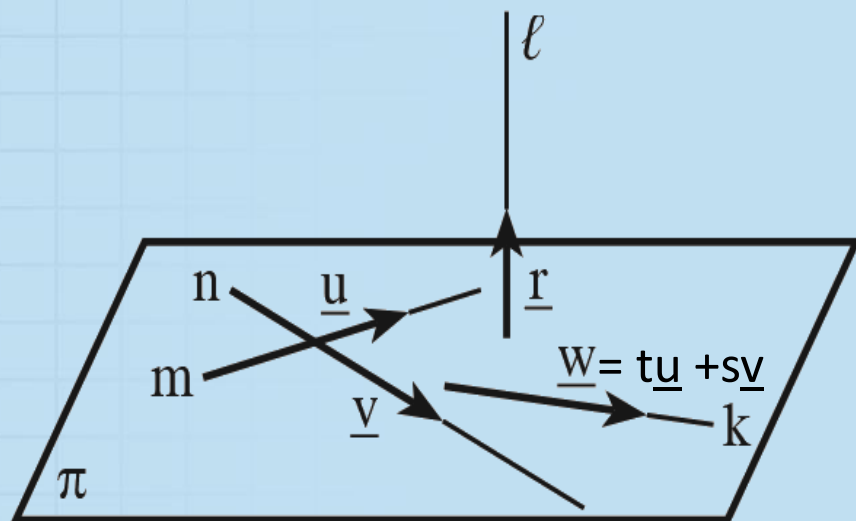
נעבור למכפלה סקלרית:

$$\underline{r} \cdot \underline{w} = \underline{r} \cdot (t\underline{u} + s\underline{v}) = t\underline{r} \cdot \underline{u} + s\underline{r} \cdot \underline{v} = t \cdot 0 + s \cdot 0 = 0$$

$$\underline{r} \cdot \underline{w} = 0 \quad \text{כלומר}$$

ולכן  $\ell$  ניצב ל- $k$ .

עפ"י הגדרת הניצבות גם ההיפך נכון.



# הקנייה

משפט (2):

יש  $\ell$  ניצב למישור ABC אם ורק אם  $\underline{\ell} \cdot \vec{OA} = \underline{\ell} \cdot \vec{OB} = \underline{\ell} \cdot \vec{OC}$  כאשר  $\underline{\ell}$  הוא וקטור על הישר  $\ell$  והנקודה O היא ראשית הצירים.

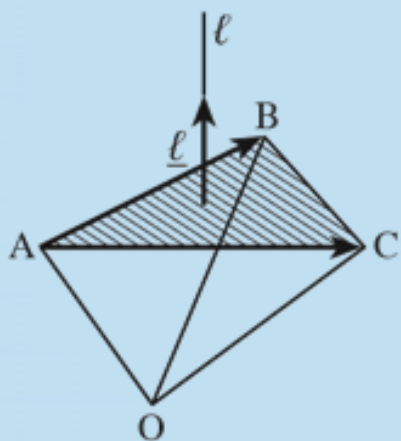
הוכחה:

$\vec{AB}$  ו- $\vec{AC}$  הם שני וקטורים הפורשים את המישור ABC.

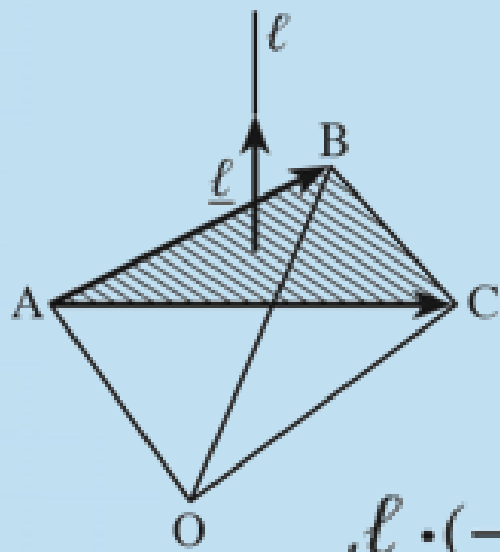
אם O ראשית הצירים אז ניתן לרשום  $\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB} = -\vec{OA} + \vec{OB}$

וכן  $\vec{AC} = \vec{AO} + \vec{OC} = -\vec{OA} + \vec{OC}$

אם  $\underline{\ell}$  הוא וקטור על הישר  $\ell$  אז עפ"י משפט (1)



# הקנייה



$l$  ניצב למישור ABC אם ורק

$$\underline{l} \cdot \vec{AB} = 0 \quad \text{וגם} \quad \underline{l} \cdot \vec{AC} = 0 \quad \text{אם}$$

$$\underline{l} \cdot (-\vec{OA} + \vec{OB}) = 0 \quad \text{וגם} \quad \underline{l} \cdot (-\vec{OA} + \vec{OC}) = 0 \quad \text{כלומר אם ורק אם}$$

$$\underline{l} \cdot \vec{OA} = \underline{l} \cdot \vec{OB} \quad \text{וגם} \quad \underline{l} \cdot \vec{OA} = \underline{l} \cdot \vec{OC} \quad \text{ז"א אם ורק אם}$$

$$\underline{l} \cdot \vec{OA} = \underline{l} \cdot \vec{OB} = \underline{l} \cdot \vec{OC} \quad \text{אם ורק אם וזה נכון}$$

**הערה:** המשפט נכון גם אם הנקודה  $O$  היא לאו דווקא הראשית.

# הקנייה

דוגמא א':

$\ell: \underline{x} = (-1, 0, 2) + r(2, -1, 2)$  הוכח שהישר

$\pi: \underline{x} = (2, 1, 0) + t(-1, 4, 3) + s(5, -2, -6)$  ניצב למישור

פתרון:

עפ"י משפט (1) מספיק להוכיח שהוקטור  $(2, -1, 2)$ ,

שהוא וקטור כיוון של הישר  $\ell$ , ניצב לווקטורים  $(-1, 4, 3)$  ו- $(5, -2, -6)$ ,

שהם וקטורים הפורשים את המישור  $\pi$ .



# הקנייה

$$, (2, -1, 2) \cdot (-1, 4, 3) = -2 - 4 + 6 = 0 \quad \text{ואכן}$$

$$(2, -1, 2) \cdot (5, -2, -6) = 10 + 2 - 12 = 0$$

לכן הישר  $l$  ניצב למישור  $\pi$ .

# בהצלחה