הקנייה

הזווית בין שני ישרים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

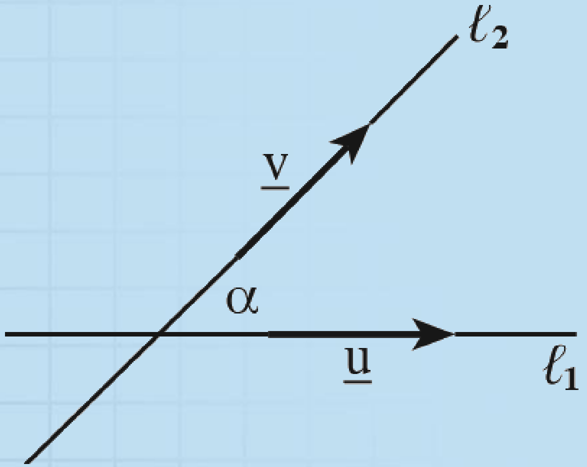
582 , עמ' 511–512, דוגמה א'

הקנייה

הגדרה :

הזוית בין שני ישרים – הזוית בין שני ישרים ℓ_1 ו-ℓ_2 (גם אם אינם נחתכים) מסומנת ע"י $\sphericalangle(\ell_1,\ell_2)$ ומוגדרת כזוית שבין שני וקטורים $\underline{u}$ ו-$\underline{v}$ (השונים מווקטור האפס) כך שאחד על ℓ_1 והשני על ℓ_2 בהתאם למקרים הבאים:

א) אם הזוית בין $\underline{u}$ ו-$\underline{v}$ היא חדה אז זאת הזוית שבין הישרים ℓ_1 ו-ℓ_2.



ב) אם הזוית בין $\underline{u}$ ו-$\underline{v}$ היא קהה אז הזוית המשלימה אותה ל-180^o היא הזוית שבין הישרים ℓ_1 ו-ℓ_2.

הקנייה

הזוית α שבין שני וקטורים $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ מקיימת $\cos\alpha = \frac{\underline{u}\cdot\underline{v}}{|\underline{u}||\underline{v}|}$.

לכן הזוית α שבין שני הישרים ℓ_1 ו-ℓ_2 תקיים: $\boxed{\cos\alpha = \frac{|\underline{u}\cdot\underline{v}|}{|\underline{u}||\underline{v}|}}$.
כך מובטח ש-α בתחום $0^\circ \le \alpha \le 90^\circ$.

הקנייה

דוגמא א':

מצא את הזווית בין הישרים:

$\ell_1: x = (1,3,-2)+t(-2,1,4)$, $\ell_2: x = (2,0,1)+s(-1,3,0)$.

הקנייה

פתרון:

כדי למצוא את הזווית α שבין הישרים נמצא

את **הערך המוחלט** של קוסינוס הזווית שבין **וקטורי כיוון** שלהם.

כאן וקטורי הכיוון הם $\underline{u} = (-2, 1, 4)$ ו-$\underline{v} = (-1, 3, 0)$.

$$\cos\alpha = \frac{|\underline{u}\cdot\underline{v}|}{|\underline{u}|\,|\underline{v}|} = \frac{|(-2,1,4)\cdot(-1,3,0)|}{|(-2,1,4)|\,|(-1,3,0)|} = \frac{|-2\cdot(-1)+1\cdot 3+4\cdot 0|}{\sqrt{4+1+16}\,\sqrt{1+9+0}} = \frac{5}{\sqrt{21}\,\sqrt{10}}$$

לכן $\alpha = 69.82^{\circ}$.

בהצלחה