פתרון תרגיל

הצגה פרמטרית של ישר

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

582 , עמ' 463, ת. 51

השאלה

נתון ריבוע $ABCD$ שאחד מהקודקודים שלו הוא $A(1,3,-2)$ והצלע BC מונחת על

הישר $\underline{x} = (0,-1,-3)+t(-1,2,2)$.

א. מצא את שיעורי הקודקוד C. (מצא את שתי האפשרויות).

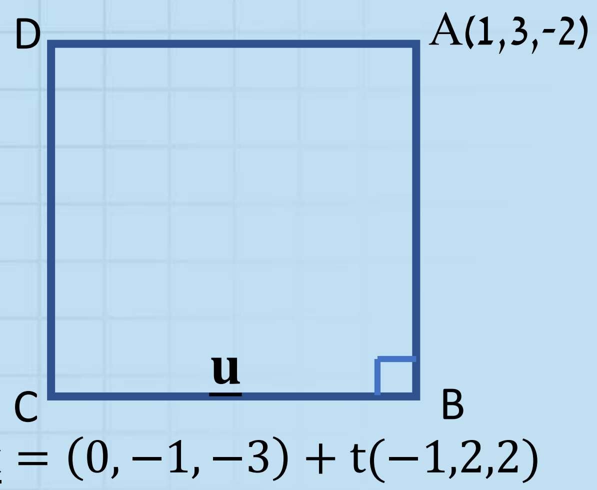
ב. מצא את שיעורי הקודקוד D.

ג. מעגל שמרכזו בקודקוד B של הריבוע עובר בקודקודים A ו-C.

מצא הצגה פרמטרית של הישר שמשיק למעגל בנקודה C. (המשיק נמצא במישור הריבוע).

א. מצא את שיעורי הקודקוד C. (מצא את שתי האפשרויות).

פתרון



הנקודה B נמצאת על הישר הנתון : B(-t,-1+2t,-3+2t)

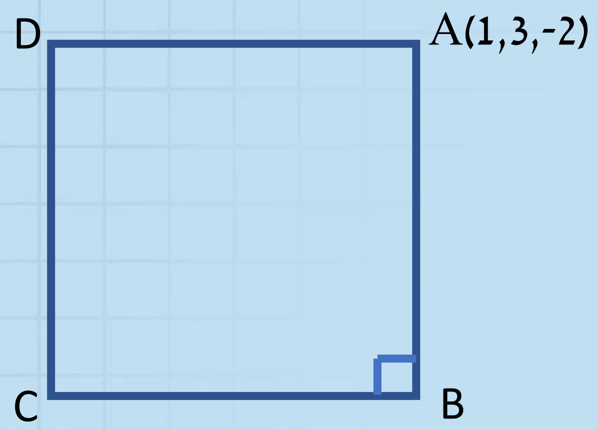
$$\overrightarrow{AB} = (-t-1,-4+2t,-1+2t)$$

וקטור הכיוון של הישר $\underline{u} = (-1,2,2)$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \underline{u} = 0$$

א. מצא את שיעורי הקודקוד C. (מצא את שתי האפשרויות).

פתרון



$\underline{x} = (0,-1,-3) + t(-1,2,2)$

$$(-t-1,-4+2t,-1+2t) \cdot (-1,2,2) = 0$$

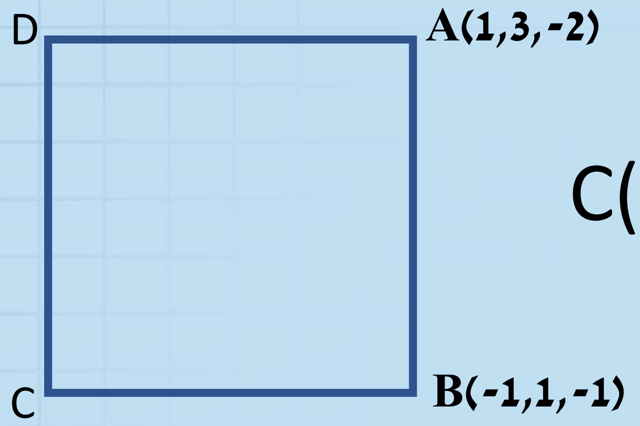
$$t + 1 - 8 + 4t - 2 + 4t = 0$$

$$t = 1$$

$$B = (-t,-1+2t,-3+2t) = (-1 , 1 , -1)$$

א. מצא את שיעורי הקודקוד C. (מצא את שתי האפשרויות).

פתרון

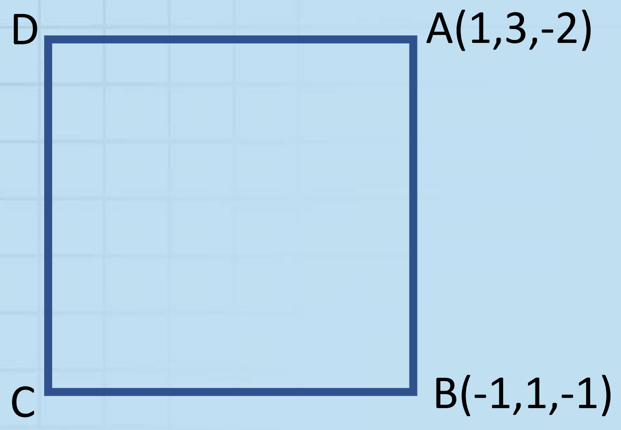


נקודה C נמצאת על הישר הנתון : C(-t,-1+2t,-3+2t)

$$AB = \sqrt{(-2)^2+(-2)^2+1^2} = 3$$

$$BC = \sqrt{(-t+1)^2+(-2+2t)^2+(-2+2t)^2} = \sqrt{9(-t+1)^2}$$

א. מצא את שיעורי הקודקוד C. (מצא את שתי האפשרויות).



פתרון

BC = AB

$$\sqrt{9(-t+1)^2} = 3$$

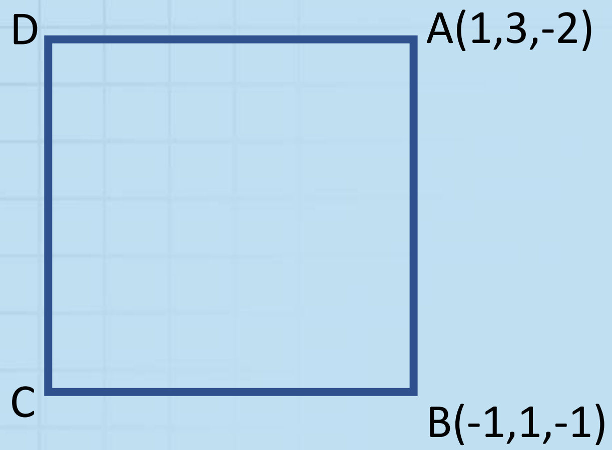
$$9(-t+1)^2 = 9$$

$$(-t+1)^2 = 1$$

$$t_1 = 2 \qquad t_2 = 0$$

א. מצא את שיעורי הקודקוד C. (מצא את שתי האפשרויות).

פתרון

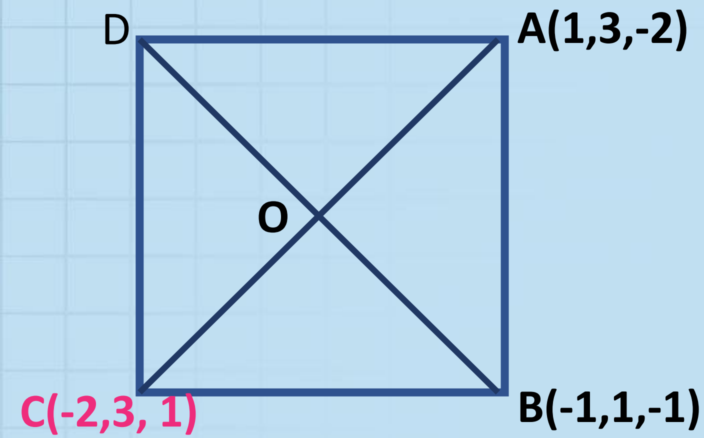


C(-t,-1+2t,-3+2t)

אם $t_1 = 2$ אז **C(-2,3,-1)**

אם $t_2 = 0$ אז **C(0,-1,-3)**

ב. מצא את שיעורי הקודקוד D.



פתרון

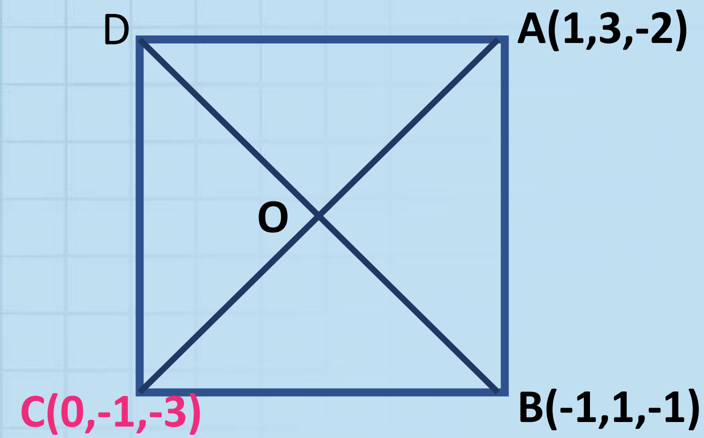
<u>אפשרות אחת</u> C(-2,3, 1)

נקודה O אמצע AC

$$O = \left(-\frac{1}{2}, 3, -\frac{1}{2}\right)$$

נקודה O אמצע BD ולכן: **D = (0 , 5 , 0)**

ב. מצא את שיעורי הקודקוד D.



פתרון

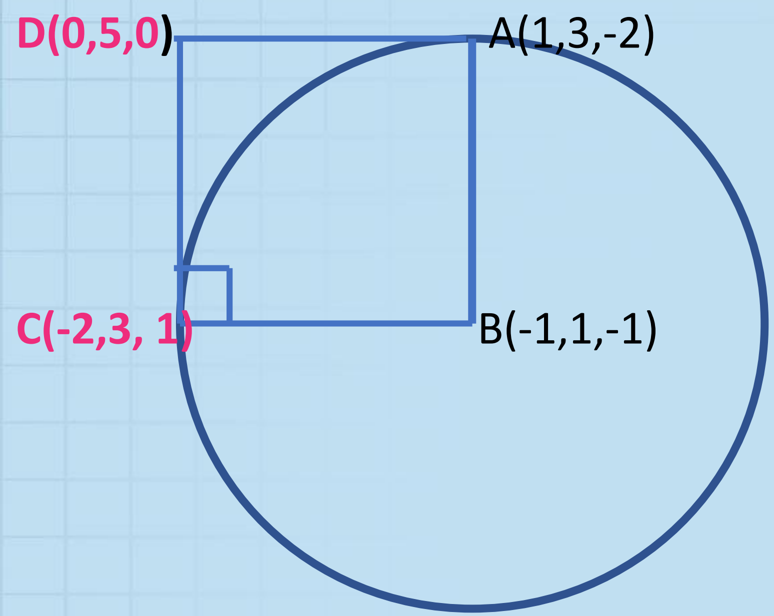
אפשרות שנייה C(0,-1,-3)

נקודה O אמצע AC

$$O = \left(\frac{1}{2}, 1, -\frac{5}{2} \right)$$

נקודה O אמצע BD ולכן: $D = (2, 1, -4)$

ג. מעגל שמרכזו בקודקוד B של הריבוע עובר בקודקודים A ו-C. מצא הצגה פרמטרית של הישר שמשיק למעגל בנקודה C. (המשיק נמצא במישור הריבוע).



פתרון

<u>אפשרות אחת</u> C(-2,3, 1) D(0,5,0)

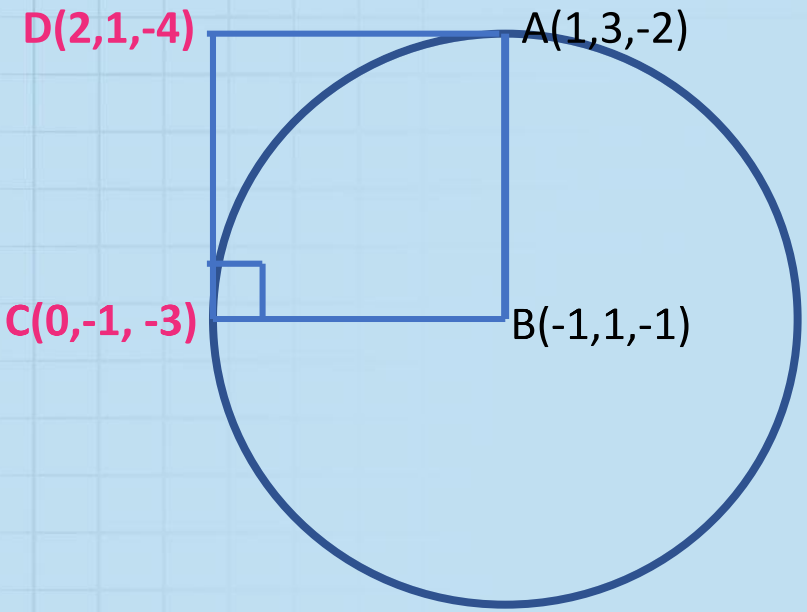
הישר שמשיק למעגל בנקודה C הוא DC

$$\overrightarrow{DC} = (-2,-2,1)$$

משוואת המשיק למעגל בנקודה C

$$\underline{\mathbf{x}} = (-2,3,1) + \mathbf{t}(-2,-2,1)$$

ג. מעגל שמרכזו בקודקוד B של הריבוע עובר בקודקודים A ו-C. מצא הצגה פרמטרית של הישר שמשיק למעגל בנקודה C. (המשיק נמצא במישור הריבוע).



פתרון

<u>אפשרות שנייה</u> C(0,-1, -3) D(2,1,-4)

הישר שמשיק למעגל בנקודה C הוא DC

$$\overrightarrow{DC} = (-2,-2,1)$$

משוואת המשיק למעגל בנקודה C

$$\underline{x} = (-0,-1,-3) + t(-2,-2,1)$$

בהצלחה