

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = \left[3x^3 + x^2 + 4x + C \right]_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

פתרון תרגיל וקטורים - המכפלה הסקלרית מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'-1

582 , עמ' 435 , ת. 23

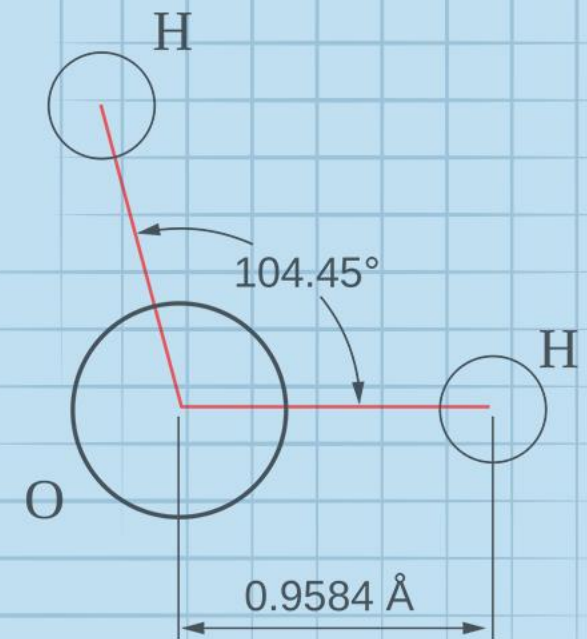
המצגת נערכה ע"י טל מדר
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{全てのスペース}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[\gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



השאלה

מרחק הנקודה $A(k, -1, 3)$ מהמישור $[yz]$ שווה למרחק מהנקודה $B(5, 2, -3)$.

א. מצא את k .

ב. מצא את מרכזו ורדיוסו של מעגל שהקטע AB הוא קוטר שלו. (יש אינסוף מעגלים כאלה).

פתרון

מרחק נקודה ממישור שווה לאורך האנך מנקודה למישור

נוריד אנך AP מהנקודה A למישור $[yz]$

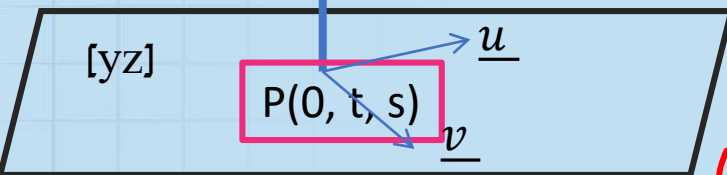
מישור $[yz]$ מכיל את ציר ה- z , ציר ה- y ונקודה $(0,0,0)$

וקטורי הכיוון של המישור הם: $\underline{u} = (0,1,0)$, $\underline{v} = (0,0,1)$

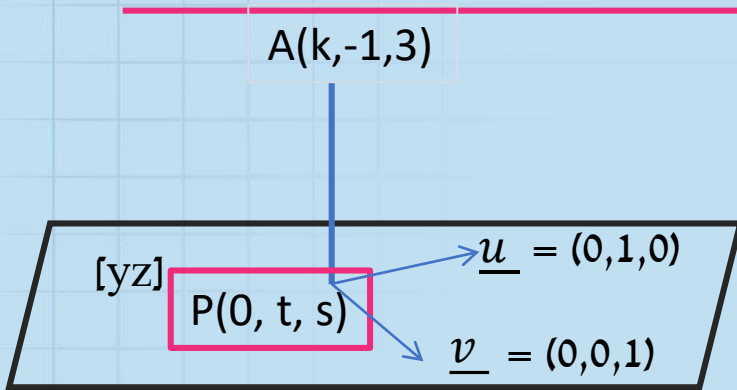
הצגה פרמטרית של המישור: $\underline{x} = (0,0,0) + t(0,1,0) + s(0,0,1)$

↓
 $\underline{x} = (0, t, s)$ הנקודה האופיינית של המישור היא:

$A(k,-1,3)$



פתרון



הנקודה האופיינית של המישור היא : $\underline{x} = (0, t, s)$

הנקודה P נמצאת על המישור, לכן $P(0, t, s)$

נגדיר את הווקטור $\overrightarrow{AP} = (x_P - x_A, y_P - y_A, z_P - z_A)$

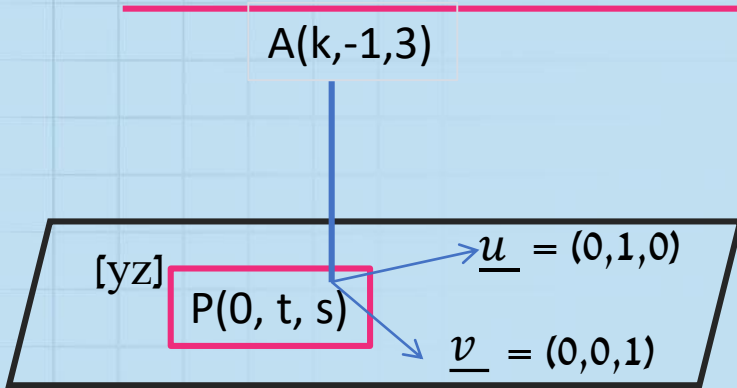
$$\overrightarrow{AP} = (0 - k, t + 1, s - 3) = (-k, t + 1, s - 3)$$

לפי בניית עזר $\overrightarrow{AP} \perp [yz]$

אם ישר ניצב למישור, אז הוא ניצב לכל ווקטור במישור

$$\overrightarrow{AP} \perp \underline{v} \quad \overrightarrow{AP} \perp \underline{u}$$

פתרון



$$\underline{u} = (0, 1, 0) , \quad \overrightarrow{AP} = (-k, t + 1, s - 3)$$

$$\overrightarrow{AP} \perp \underline{u}$$

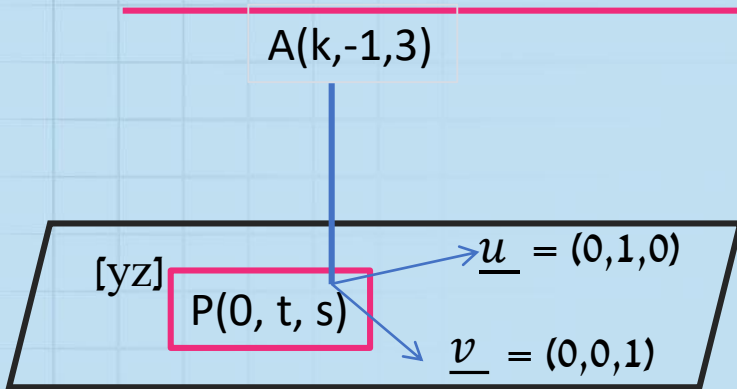
$$\overrightarrow{AP} \cdot \underline{u} = 0$$

נוסחה לחישוב מכפלה סקלרית : $\underline{x} \cdot \underline{y} = x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + x_3 \cdot y_3$

$$(-k, t + 1, s - 3) \cdot (0, 1, 0) = 0$$

$$t + 1 = 0$$

$$t = -1$$



פתרון

$$\underline{v} = (0, 0, 1), \quad \overrightarrow{AP} = (-k, t + 1, s - 3)$$

$$\overrightarrow{AP} \perp \underline{v}$$

$$\overrightarrow{AP} \cdot \underline{v} = 0$$

$$\underline{x} \cdot \underline{y} = x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + x_3 \cdot y_3$$

לפי הנוסחה

$$(-k, t + 1, s - 3) \cdot (0, 0, 1) = 0$$

$$s - 3 = 0$$

$$s = 3$$

פתרון

נציב $t = -1$, $s = 3$

$$\vec{AP} = (-k, t + 1, s - 3)$$

$$\vec{AP} = (-k, -1 + 1, 3 - 3)$$

$$\vec{AP} = (-k, 0, 0)$$

פתרון

נגדיר את הווקטור \vec{AB} : $A(k, -1, 3)$ $B(5, 2, -3)$

$$\vec{AB} = (5 - k, 2 + 1, -3 - 3) = (5 - k, 3, -6)$$

נחשב את אורך ווקטור עפ"י הנוסחה: $|\underline{x}| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(5 - k)^2 + 3^2 + (-6)^2} = \sqrt{25 - 10k + k^2 + 9 + 36}$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{70 - 10k + k^2}$$

פתרון

$$\vec{AP} = (-k, 0, 0) \quad \text{הווקטור}$$

נוסחה לחישוב אורך ווקטור : $|\underline{x}| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$

$$|\vec{AP}| = \sqrt{(-k)^2 + 0^2 + 0^2}$$

$$|\vec{AP}| = \sqrt{k^2}$$

$$|\vec{AP}| = |k|$$

פתרון

נתון, שמרחק הנקודה A מהמישור [yz] שווה למרחק AB

$$|\vec{AB}| = |\vec{AP}|$$

הוכחנו ש- $|\vec{AP}| = |k|$, $|\vec{AB}| = \sqrt{70 - 10k + k^2}$

$$\sqrt{70 - 10k + k^2} = |k| \quad / ()^2$$

$$70 - 10k + k^2 = k^2$$

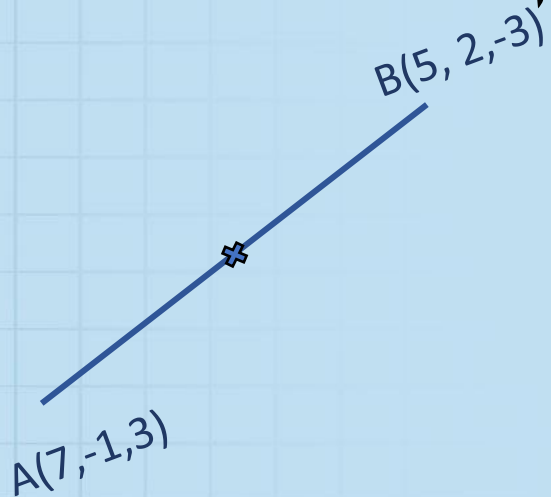
$$70 - 10k = 0$$

$$k = 7$$

ב. מצא את מרכזו ורדיוסו של מעגל שהקטע AB הוא קוטר שלו. (יש אינסוף מעגלים כאלה).

פתרון

הוכחנו ש- $k = 7$, לכן הנקודה $A(7, -1, 3) = A(k, -1, 3)$, $B(5, 2, -3)$
הקטע AB הוא קוטר. מרכזו של מעגל הוא אמצע הקוטר
נחשב את שיעורי מרכז המעגל לפי נוסחת אמצע קטע



$$X = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$$z = \frac{z_A + z_B}{2}$$



$$X = \frac{7+5}{2}$$

$$y = \frac{-1+2}{2}$$

$$z = \frac{3+(-3)}{2}$$



מרכזו של מעגל

(6, 0.5, 0)

ב. מצא את מרכזו ורדיוסו של מעגל שהקטע AB הוא קוטר שלו. (יש אינסוף מעגלים כאלה).

פתרון

רדיוסו של מעגל שווה למחצית הקוטר AB .

הוכחנו ש- $AB = AP = |k|$ ו- $k = 7$



$$AB = 7$$

$$R = \frac{1}{2}AB$$

$R = 3.5$ יחידות אורך

בהצלחה