פתרון תרגיל

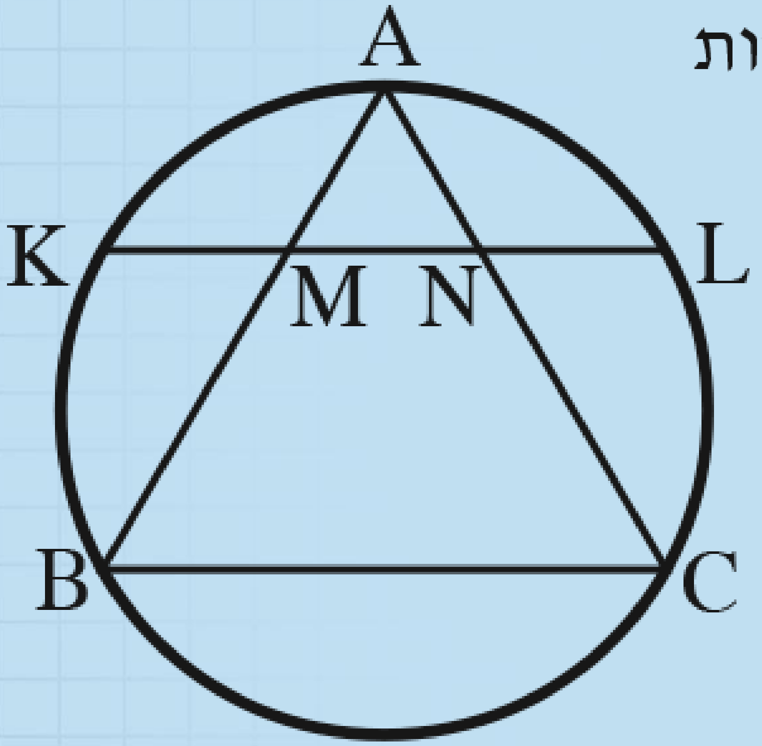
תרגילים לחזרה – זוויות במעגל

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–1

581 , עמ' 304, ת. 19

המצגת נערכה שירלי גורפינקל

השאלה



19) ABC הוא משולש שווה צלעות החסום במעגל. הנקודות K ו-L הן אמצעי הקשתות AB ו-AC. המיתר KL חותך את הצלעות AB ו-AC בנקודות M ו-N.

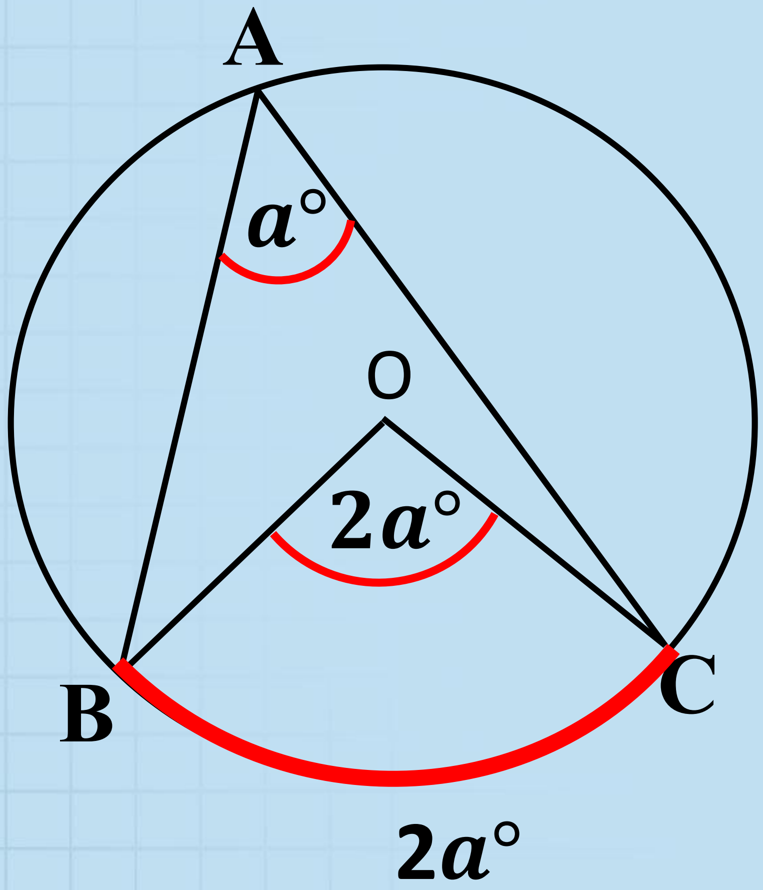
הוכח: א. $KL \parallel BC$.

ב. המיתרים KL ו-BC נמצאים במרחקים שווים ממרכז המעגל.

ג. $KM = MN = NL$.

הוכח: א. KL || BC.

פתרון



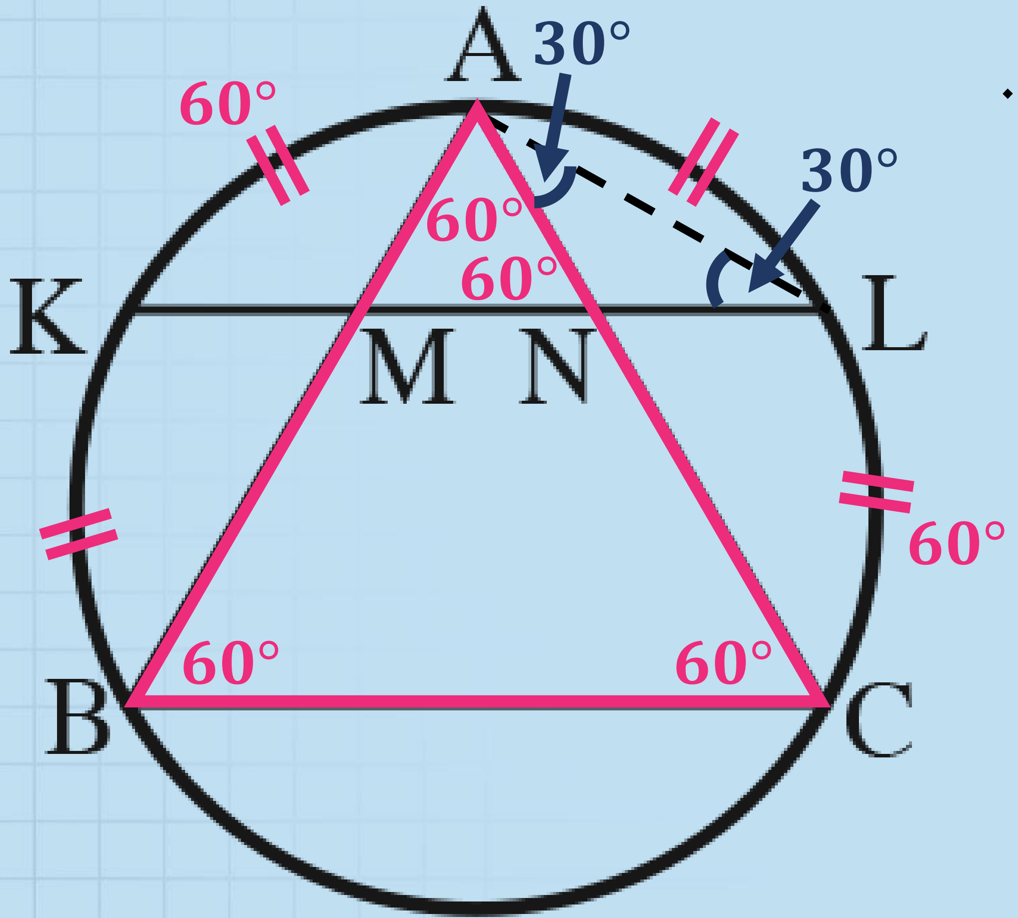
זווית מרכזית שווה בגודלה לקשת שעליה היא נשענת.

משפט: זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית הנשענת על אותה קשת.

זווית היקפית שווה בגודלה לחצי הקשת שעליה היא נשענת.

הוכח: א. $KL \parallel BC$.

פתרון



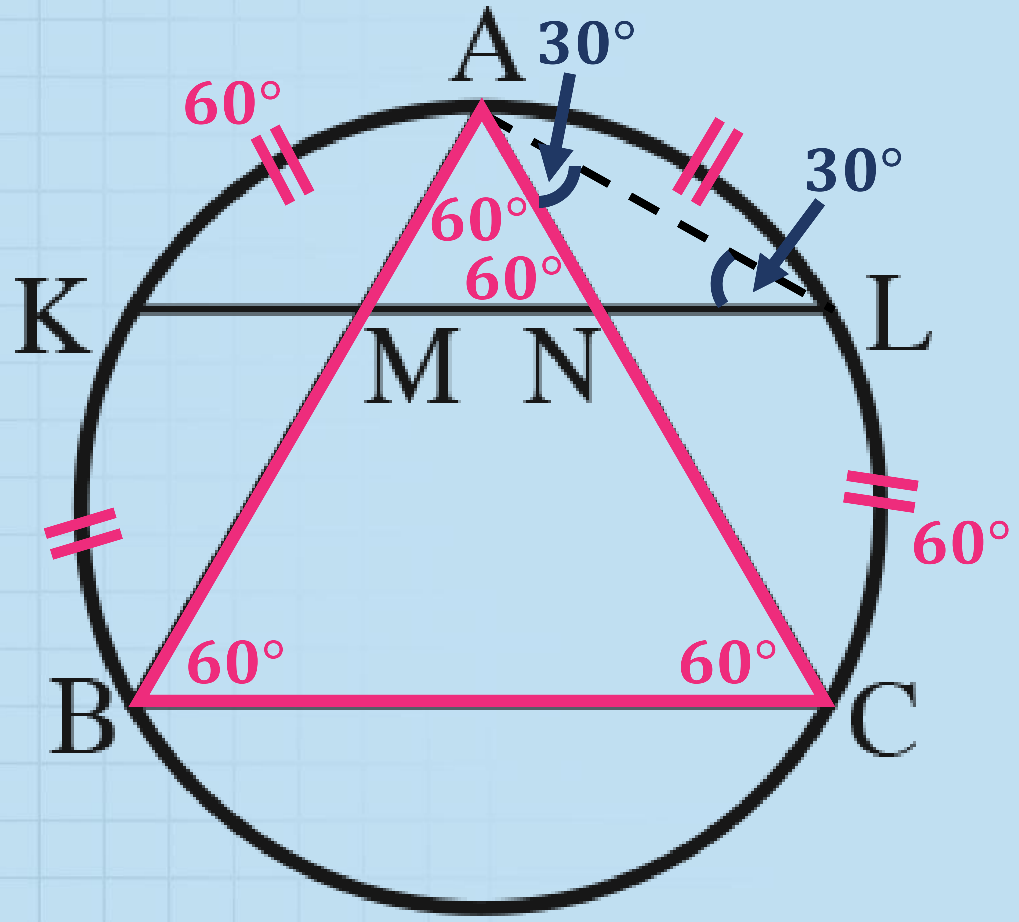
$\measuredangle C = 60°$ כל הזוויות שוות במשולש שו"צ.

$\widehat{AK} = \widehat{LC} = 60°$ זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית הנשענת על אותה קשת. זווית מרכזית שווה לקשת עליה היא נשענת.

ב.ע: נעביר את הצלע AL.

הוכח: א. $BC \parallel KL$.

פתרון



$\measuredangle ALK = \measuredangle LAC = 30^\circ$

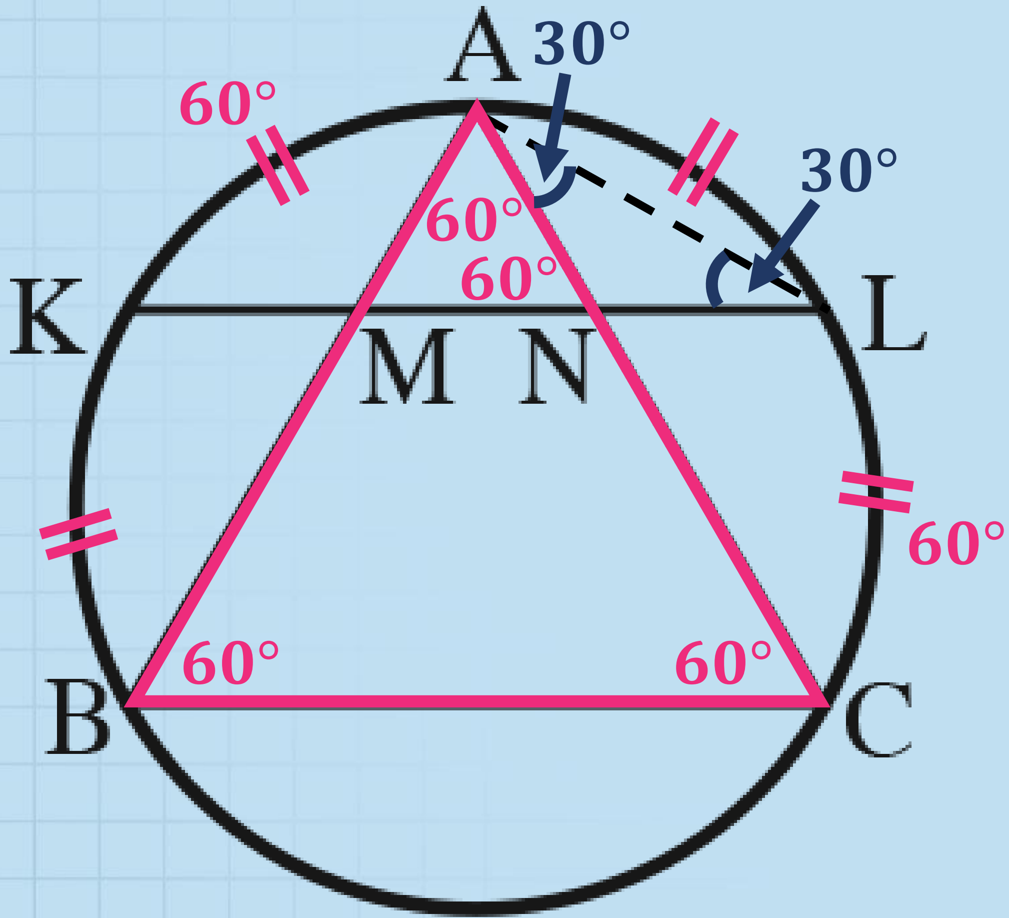
זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית והקשת עליה היא נשענת.

$\measuredangle ANK = 60^\circ$

זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.

הוכח: א. $KL \parallel BC$.

פתרון



$\measuredangle ANK = \measuredangle C = 60°$ כלל מעבר

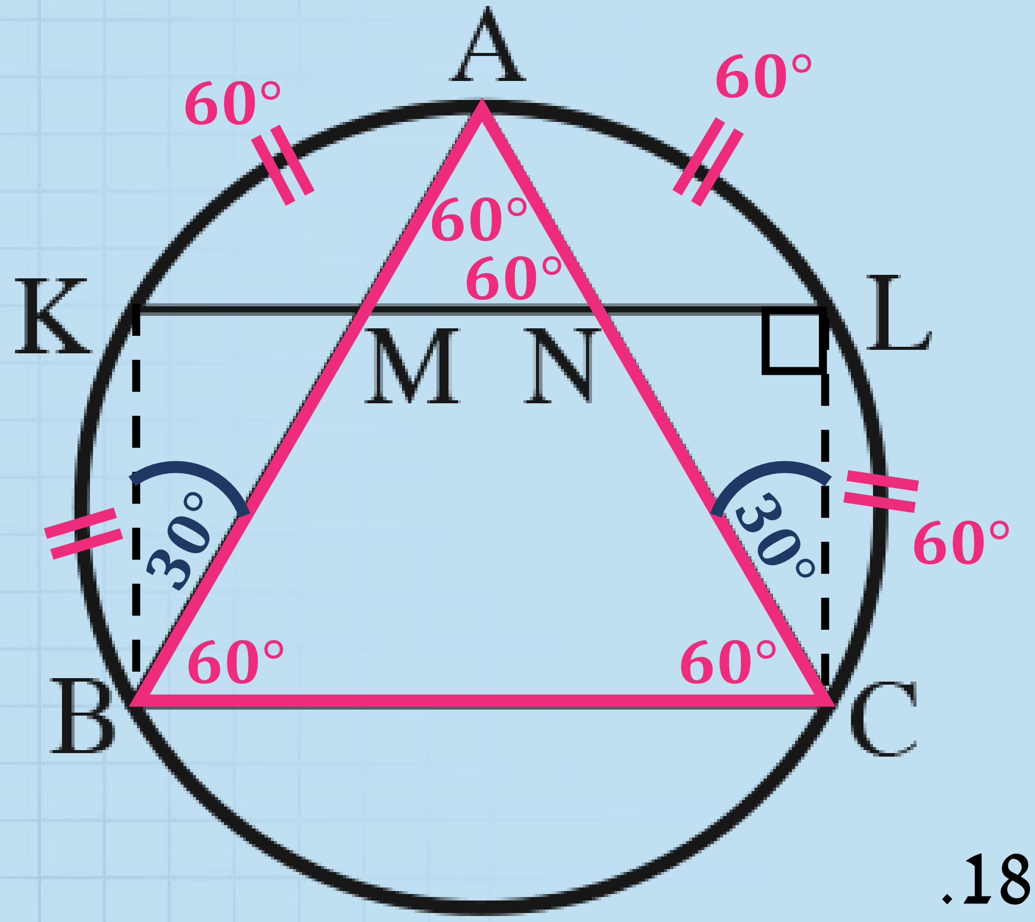
⬇

$KL \parallel BC$ אם הזוויות המתאימות שוות, אז הישרים מקבילים זה לזה.

מ.ש.ל

ב. המיתרים KL ו-BC נמצאים במרחקים שווים ממרכז המעגל.

פתרון



ב.ע: נעביר את הצלעות LC ו-KB.

$\sphericalangle ACL=\sphericalangle KBA=30°$

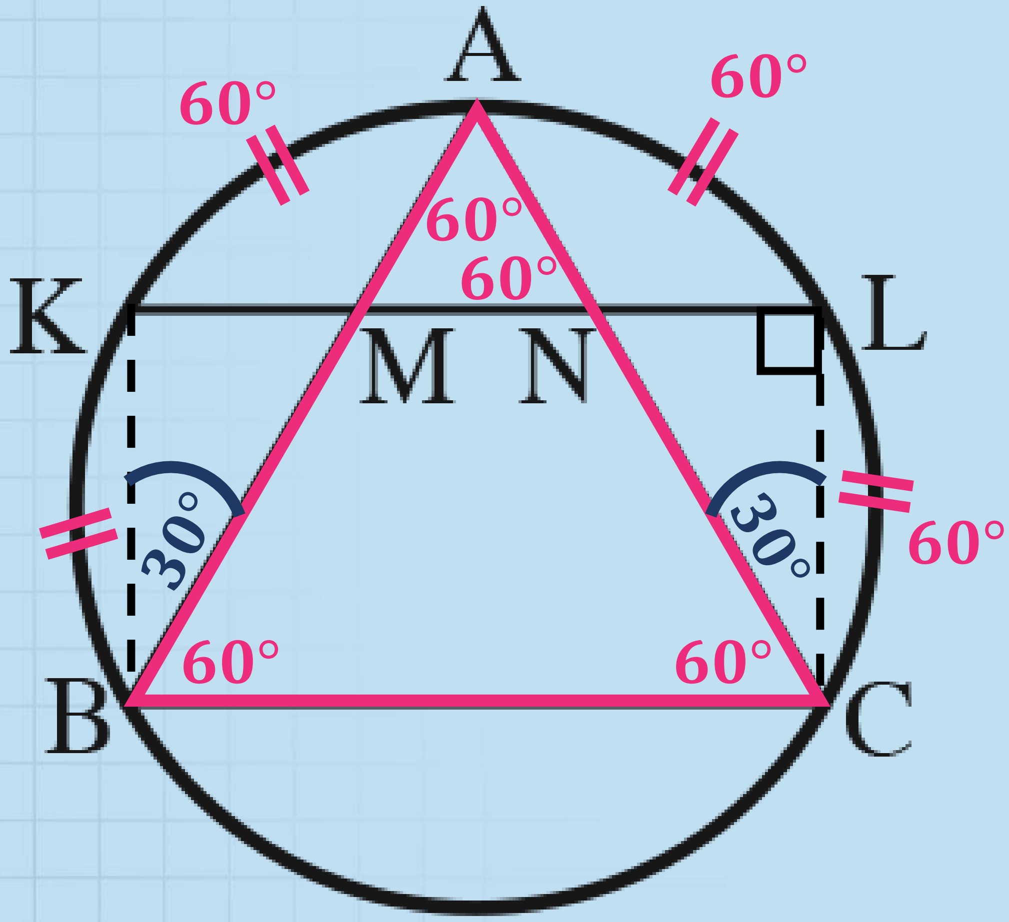
זווית היקפית במעגל שווה למחצית מהזווית המרכזית והקשת עליה היא נשענת.

$\sphericalangle L = 90°$

סכום זוויות חד צדדיות בין ישרים מקבילים שווה ל $180°$.

ב. המיתרים KL ו-BC נמצאים במרחקים שווים ממרכז המעגל.

פתרון



KLCB מלבן

מרובע בעל 3 זוויות ישרות הוא מלבן.

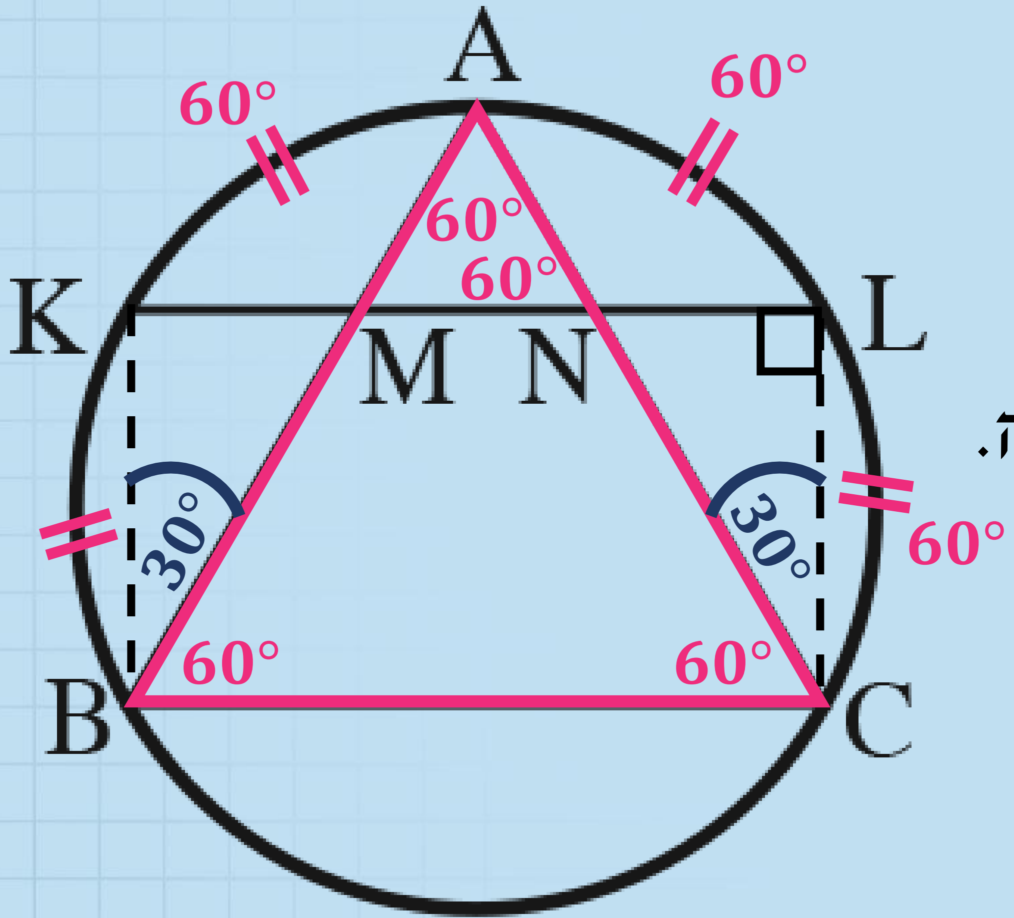
$\downarrow$

KL= BC

צלעות נגדיות במלבן שוות זו לזו.

ב. המיתרים KL ו-BC נמצאים במרחקים שווים ממרכז המעגל.

פתרון



אם מיתרים במעגל שווים זה לזה, אז מרחקיהם ממרכז המעגל שווים זה לזה.

⬇

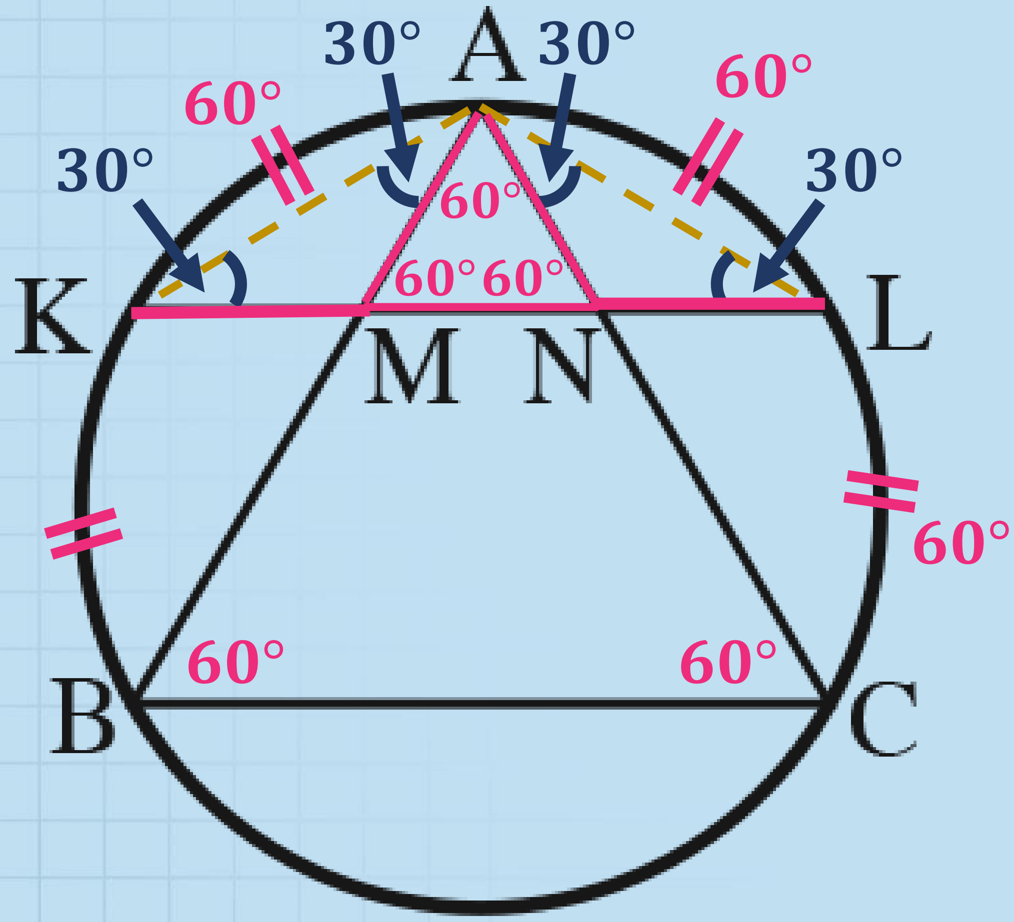
KL ו- BC נמצאים במרחקים שווים ממרכז המעגל

מ.ש.ל

ג. $KM = MN = NL$.

פתרון

ב.ע: נעביר את הצלעות AK ו- AL.



$AK = AL$ — מול קשתות שוות במעגל נמצאים מיתרים שוים.

⬇

$\Delta ANL \cong \Delta AMK$ (ז.צ.ז)

⬇

ΔAMN שו״צ (חושב בסעיף א׳)

$KM = MN = NL$

מ.ש.ל

בהצלחה