פתרון תרגיל

הוכחת תכונות בפרבולה

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

582 , עמ' 143, ת. 8

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

השאלה

8) (x_1, y_1) ו-(x_2, y_2) הן נקודות הקצה של מיתר בפרבולה $y^2 = 2px$ העובר דרך המוקד.

א. הוכח: $y_1 \cdot y_2 = -p^2$. **(הדרכה:** היעזר בדוגמא א' שבעמ' 139).

ב. הוכח: $x_1 \cdot x_2 = \frac{p^2}{4}$.

(x_1, y_1) ו-(x_2, y_2) הן נקודות הקצה של מיתר בפרבולה $y^2 = 2px$ העובר דרך המוקד.

א. הוכח: $y_1 \cdot y_2 = -p^2$. (**הדרכה:** היעזר בדוגמא א' שבעמ' 139).

פתרון

מוקד פרבולה קנונית: $F\left(\frac{p}{2}, o\right)$

נבטא את **שיפוע** המיתר באמצעות כל אחת מנקודות הקצה והמוקד

$$m = \frac{y_2}{x_2 - \frac{p}{2}} \qquad m = \frac{y_1}{x_1 - \frac{p}{2}}$$

(x_1, y_1) ו-(x_2, y_2) הן נקודות הקצה של מיתר בפרבולה $y^2 = 2px$ העובר דרך המוקד.

א. הוכח: $y_1 \cdot y_2 = -p^2$. (**הדרכה:** היעזר בדוגמא א׳ שבעמ׳ 139).

פתרון

$$\frac{y_1}{x_1 - \frac{p}{2}} = \frac{y_2}{x_2 - \frac{p}{2}}$$

$$x_2 y_1 - \frac{p}{2} y_1 = x_1 y_2 - \frac{p}{2} y_2$$

$$\frac{p}{2} y_2 - \frac{p}{2} y_1 = x_1 y_2 - x_2 y_1$$

(x_1, y_1) ו-(x_2, y_2) הן נקודות הקצה של מיתר בפרבולה $y^2 = 2px$ העובר דרך המוקד.

א. הוכח: $y_1 \cdot y_2 = -p^2$. **(הדרכה:** היעזר בדוגמא א' שבעמ' 139).

פתרון

$$\frac{p}{2}(y_2 - y_1) = x_1 y_2 - x_2 y_1$$

שתי הנקודות על הפרבולה ולכן מקיימות את משוואתה:

$$y_1^2 = 2px_1 \qquad y_2^2 = 2px_2$$

$$\frac{y_1^2}{2p} = x_1 \qquad \frac{y_2^2}{2p} = x_2$$

(x_1,y_1) ו-(x_2,y_2) הן נקודות הקצה של מיתר בפרבולה $y^2=2px$ העובר דרך המוקד.

א. הוכח: $y_1 \cdot y_2 = -p^2$. (**הדרכה:** היעזר בדוגמא אי שבעמי 139).

פתרון

$$\frac{p}{2}(y_2-y_1)=x_1y_2-x_2y_1$$

$$\frac{p}{2}(y_2-y_1)=\frac{y_1^2}{2p}y_2-\frac{y_2^2}{2p}y_1$$

$$\frac{p}{2}(y_2-y_1)=\frac{y_1y_2}{2p}(y_1-y_2)$$

(x_1, y_1) ו-(x_2, y_2) הן נקודות הקצה של מיתר בפרבולה $y^2 = 2px$ העובר דרך המוקד.

א. הוכח: $y_1 \cdot y_2 = -p^2$. (**הדרכה:** היעזר בדוגמא א' שבעמ' 139).

פתרון

$$\frac{p}{2}(y_2 - y_1) = \frac{y_1 y_2}{2p}(y_1 - y_2) \qquad / \div (y_1 - y_2) \neq 0$$

$$p = -\frac{y_1 y_2}{p}$$

$$\boldsymbol{y_1 y_2 = -p^2}$$

ב. הוכח: $x_1 \cdot x_2 = \frac{p^2}{4}$.

פתרון

עפ"י סעיף א':

$$\frac{y_2^2}{2p} = x_2$$

$$\frac{y_1^2}{2p} = x_1$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{y_1^2}{2p} \cdot \frac{y_2^2}{2p} = \frac{(y_1 y_2)^2}{4p^2} = \frac{(-p^2)^2}{4p^2} = \frac{p^2}{4}$$

בהצלחה